1. forduló

12. osztály

Összeállították: Csordás Mihály általános iskolai tanár
Csordásné Szécsi Jolán középiskolai tanár

Lektorálták: Csordás Péter középiskolai tanár
Nagy Tibor általános iskolai tanár

1. Hány egyenlő 1-gyel a 0^{2023}, a $2023^{\mathrm{tg}\pi}$ a $\log_{2023}2023$ és a $\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x}$ közül?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

2. Hány éle van annak a teljes gráfnak, amelynek 10 csúcs van?

(A) *40* **(B)** *45* **(C)** *50* **(D)** *90* **(E)** *100*

3. Hány különböző számjegy írható a $623x4$ ötjegyű számban az x helyére, hogy a szám osztható legyen 6-tal?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

4. Mennyi a $\log_2 8-3^{\log_3 4}$ különbség?

(A) *–2* **(B)** *–1* **(C)** *0* **(D)** *1* **(E)** *2*

5. Hány olyan pont van az ABC háromszög síkjában, amely a háromszög legalább két oldalegyenesétől egyenlő távolságra van?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *végtelen sok*

6. Az $A=\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$ halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét kiválasztott szám osztója a 12-nek?

(A) $\frac{5}{22}$ **(B)** $\frac{8}{33}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{17}{66}$ **(E)** $\frac{1}{2}$

7. Egy négyzet egyik csúcsa az $A(1; 5)$ pont, a középpontja pedig az origó. Hány területegység a négyzet területe?

(A) *26* **(B)** *48* **(C)** *50* **(D)** *52* **(E)** *104*

8. Márti összeadta a 20-nál kisebb pozitív egész számokat, és az összeget S-sel jelölte. Ezután a barátnője, Rozi kiszámolta a 10^S értékét. Hány jegyű számot kapott Rozi?

(A) *95* **(B)** *190* **(C)** *191* **(D)** *192* **(E)** *211*

9. Melyik az $A=\log_2(x-4)$ kifejezés értelmezési tartománya?

(A) R **(B)** R^+ **(C)** $R\backslash R^-$ **(D)** $]4;\infty[$ **(E)** $[4;\infty[$

10. Kitti egymás után többször véletlenszerűen kiválasztott n darab szomszédos pozitív egész számot és összeszorozta azokat. Azt tapasztalta, hogy a szorzat minden esetben osztható 24-gyel, de ha 1-gyel kevesebb szomszédos pozitív egész számot szoroz össze, akkor a szorzat nem biztos, hogy osztható 24-gyel. Mennyi az n értéke?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *24*

11. Legkevesebb hány szín kell egy négyzet alapú gúla éleinek a kiszínezéséhez, hogy egy csúcsból induló élei különböző színűek legyenek? (Egy él kiszínezéséhez egy színt használunk.)

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

12. Egy zsákban 6 gömb, néhány kocka és néhány gúla van. A zsákból legfeljebb 12 testet tudunk kihúzni úgy, hogy a kihúzottak között ne legyen gúla, és legfeljebb 11-et, hogy ne legyen gömb. Hány gúla van a zsákban?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

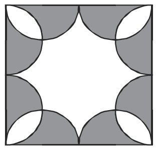
13. Kati palacsintát sütött. Csak a tizedik és az utolsó nem sikerült szépre, mert ezek egy kicsit elszakadtak. A két szakadt palacsinta megsütése között 8 szépet sütött. Hány palacsintát sütött Kati?

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *17* **(D)** *18* **(E)** *19*

14. Az egyik nyár forró júliusában a Balatonból naponta átlagosan 3 liter víz párolgott el négyzetméterenként. Hány milliméterrel csökkent ebben a hónapban a párolgás következtében a Balaton vízszintje?

(A) *3* **(B)** *30* **(C)** *90* **(D)** *93* **(E)** *903*

15. Egy négyzetbe nyolc egyenlő sugarú félkört rajzoltunk (lásd ábra). Hányad része a négyzet területének a szürke színnel jelölt síkidomok területeinek az összege?



(A) $\frac{6}{16}$ **(B)** $\frac{7}{16}$ **(C)** $\frac{15}{16}$ **(D)** $\frac{8}{16}$ **(E)** $\frac{9}{16}$

16. Egy számtani sorozat első négy tagja a, b, c és $2b$. Mennyi az $\frac{a}{b}$ hányados, ha $b \neq 0$?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$ **(E)** *2*

17. Hány nulla számjegy van abban a természetes számban, amelyet normálalakba átírva a $2{,}010 \cdot 10^{2011}$ szorzatot kapjuk?

(A) *2008* **(B)** *2009* **(C)** *2010* **(D)** *2011* **(E)** *2012*

18. Annához és öccséhez vendégek érkeztek. Miután minden vendég elment, Anna nagymamájuknak azt telefonálta, hogy „hatnál több vendég volt nálunk”, az öccse pedig azt, hogy „ötnél több vendég volt nálunk”. Hány vendég volt Annáéknál, ha a két gyerek állítása közül csak az egyik igaz?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7*
(E) *Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.*

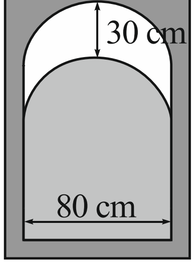
19. Hány olyan $\overline{abcde}$ alakú ötjegyű pozitív egész szám van, melyre az $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$ és $\overline{de}$ kétjegyű számok mindegyike négyzetszám?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

20. Néhány csapat iskolai kézilabda-bajnokságon vett részt. Mindenki mindenkivel pontosan egy mérkőzést játszott. Győzelemért 2 pont, döntetlenért 1 pont, vereségért 0 pont járt. A versenyző csapatok negyedrésze 0 pontot ért el. Hány csapat vett részt a bajnokságban?

(A) *4* **(B)** *8* **(C)** *12* **(D)** *16*
(E) *Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.*

21. Egy nem átlátszó üvegből készült ablak 80 cm széles téglalapból és egy félkörből áll. Az ablakot az ábrán látható módon 30 cm-rel lehúztuk. Hány négyzetcentiméter területen látunk ki a lehúzás után?



(A) *1200* **(B)** *450π* **(C)** *2000* **(D)** *2400*
(E) *Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.*

22. Mennyivel egyenlő xy, ha $2^x=289$ és $17^y=4096$?

(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *12* **(D)** *20* **(E)** *24*

23. Hány olyan részhalmaza van az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ halmaznak, amelyre igaz, hogy elemeinek szorzata osztható hárommal? (Ha a részhalmaznak egy eleme van, akkor a hárommal való oszthatóság erre az egy elemre vonatkozik.)

(A) *2* **(B)** *15* **(C)** *30* **(D)** *48* **(E)** *59*

24. Leírtuk a háromjegyű természetes számokat egy-egy lapra, majd a lapokat egy dobozba tettük. A dobozból egyet kihúzva mennyi a valószínűsége, hogy a kihúzott háromjegyű szám mindhárom számjegye prímszám?

(A) $\frac{1}{225}$ **(B)** $\frac{1}{180}$ **(C)** $\frac{16}{225}$ **(D)** $\frac{1}{12}$ **(E)** $\frac{5}{36}$

25. Hány olyan szabályos háromszög van az $ABCDEF$ szabályos hatszög síkjában, amelynek legalább két csúcsa az A, B, C, D, E és F pontok közül való?

(A) *6* **(B)** *12* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *26*

26. Hány szám racionális a $\sin\frac{20\pi}{3}$, a $\sqrt[7]{128^{-4}}$, a $\log_{\sqrt{2015}} 2015^{\frac{2}{3}}$ és a $\left(\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}\right)^2$ számok közül?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

27. Hány különböző megoldása van a $\sin(\pi\cdot\cos(2x))=0$ egyenletnek a $[0; 2\pi]$ intervallumon?

(A) *0* **(B)** *8* **(C)** *9* **(D)** *10* **(E)** *végtelen sok*

28. Kártyalapokat készítünk úgy, hogy minden kártyalap egyik oldalára egy 2017-nél nem nagyobb pozitív egész számot írunk, és a kártya másik oldalát üresen hagyjuk. Az így elkészített 2017 kártya mindegyikén más szám áll. Először a kártyákat egy sorba rakjuk úgy, hogy a rajtuk lévő számok balról jobbra növekvő sorrendben legyenek, majd minden lapot lefordítunk. Ezután minden k. lépésben balról jobbra haladva minden k. lapot megfordítunk. Mennyi a lapokon látható számok összege a 2017. lépés után?

(A) *17621* **(B)** *17624* **(C)** *18644* **(D)** *18846*
(E) *Az előzőek közül egyik sem.*

29. A számítógépünk kiszámolta a 2011! értékét, és átírta hatos számrendszerbe. Ez a szám látható a számítógép képernyőjén. Hány nullára végződik a képernyőn látható szám? (Az n! jelöli az n-nél nem nagyobb pozitív egész számok szorzatát. A válaszokat tízes számrendszerben adtuk meg.)

(A) *101* **(B)** *216* **(C)** *335* **(D)** *999* **(E)** *1001*

30. A $P(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1 x+a_0$ polinom a_0, a_1, $\ldots$, a_n együtthatói természetes számok, $P(1)=4$ és $P(5)=152$. Mennyi $P(6)$ értéke?

(A) *204* **(B)** *216* **(C)** *221* **(D)** *225* **(E)** *254*