ABACUS

MATEMATIKAI LAPOK 10–14 ÉVESEKNEK

2024. április

ABACUS, matematikai lapok 10–14 éveseknek
a Bolyai János Matematikai Társulat és
a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata
Alapította: Róka Sándor 1994-ben.

30. évfolyam 8. szám 2024. április

Megjelenik szeptembertől áprilisig havonta 44 oldalon.

A főszerkesztő postacíme: 1437 Budapest, Pf. 774
A lap internet címe: www.mategye.hu
A lap (főszerkesztő) e-mail címe: abacusujsag@gmail.com

Címlap: Szepessy Béla grafikusművész és Nagy Attila grafikus
Piktogramok: Váradi Kata
Rajzok: Rigóné Tuska Henriett

Kiadja: Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány
Felelős kiadó: Csordás Mihály
Műszaki szerkesztő: Rigóné Tuska Henriett

ISSN 1219–2597

A lap megrendelhető: MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585
Tel.: 76/483-047 E-mail: abacus@mategye.t-online.hu
Adószám: 19047441-2-03

A lap előfizetési díja a 2023/2024-es tanévre 10 000 Ft, ami tartalmazza a postaköltséget, és a pontversenyek nevezési díját is.

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy eddig előfizetője és olvasója volt az ABACUS folyóiratnak. Bízunk benne, hogy az elkövetkező évben is előfizetőink között tudhatjuk.

Az Abacus újság 8 hónapon keresztül jelenik meg (szeptembertől áprilisig). Az újságot az idei tanévhez hasonlóan online formában is kiadjuk. Természetesen az újságot papír alapon továbbra is meg lehet rendelni. A megrendelés a www.mategye.hu honlapon lévő megrendelő lap kitöltésével és az előfizetési díj befizetésével lehetséges. Az előfizetési díjat a Mategye Alapítvány OTP 11732002-20335263 számlájára lehet befizetni.

Az idei előfizetőink kedvezményesen rendelhetik meg a jövő évi újságot. **A kedvezményes ár 2024. szeptember 20-ig érvényes.** Későbbi időpontban történő megrendelés esetén már csak az új áron lehet előfizetni a lapot. A kedvezményes és új előfizetési díjakat a 2024/2025-ös tanévre az alábbi táblázat tartalmazza.

Az ABACUS újság előfizetési díjai:

Kedvezményes ár *(a 2023/24-es előfizetőinknek; érvényes: 2024.09.20-ig)*			**Teljes ár a 2024/25-ös tanévre**		
példányszám		*előfizetési díj*	***példányszám***		***előfizetési díj***
POSTÁZVA	1 db	10 000 Ft	**POSTÁZVA**	**1 db**	**10 500 Ft**
	2 db	8500 Ft		**2 db**	**9000 Ft**
	3 db	8000 Ft		**3-9 db**	**8500 Ft**
	4-19 db	7500 Ft		**10-19 db**	**8000 Ft**
	20 db-tól	7000 Ft		**20 db-tól**	**7500 Ft**
Online		5500 Ft	**Online**		**6000 Ft**
Mategye Alapítványnál személyesen átvéve		6500 Ft	**Mategye Alapítványnál személyesen átvéve**		**7000 Ft**

MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585

E-mail: abacus@mategye.t-online.hu

Telefon: 76/483-047

Pontversenyek: Az újságban meghirdetett pontversenyekre (matematikai pontverseny, matematikai problémák, logigrafika, sakk, fizika, számrejtvények és sudoku) csak az újság nyomtatott vagy online megrendelésével lehet nevezni.

Egy újság megrendelésével vagy egy online nevezési díj befizetésével csak egy tanuló nevezhet, de akár az összes pontversenyre is.

A pontversenyeken csak a benevezett tanulók eredményeit értékeljük és díjazzuk.

A pontversenyek kiírása az újság szeptemberi számában jelenik meg.

A nyárra minden kedves Olvasónknak kellemes pihenést kíván:

Csordás Péter felelős szerkesztő	Magyar Zsolt főszerkesztő

* * * * *

P Á L Y Á Z A T

A Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány Kuratóriuma pályázatot ír ki az *ABACUS matematikai lapok 10-14 éveseknek* című kiadvány kedvezményes megrendelésére általános iskola 3-8. osztályos tanulói részére. A pályázat csak online megrendelés esetén érvényes. Ha valaki papír alapon is meg szeretné rendelni, annak a nyomdaköltséget és postázási költséget is ki kell fizetni. Ebben az esetben keresse alapítványunk munkatársait.

Azok a tanulók pályázhatnak, akiknek testvére megrendelője az újságnak és résztvevője a matematikai pontversenynek. A pályázatot szülő vagy pedagógus nyújthatja be. Két testvér esetén egyikük a lapot 3000 Ft-ért rendelheti meg. Harmadik és esetleges további testvérek a lapot ingyenesen rendelhetik meg.

Pályázni kizárólag a MATEGYE Alapítvány honlapján (*www.mategye.hu*) található pályázati űrlap letöltésével lehet. A letöltött, majd kinyomtatott pályázati űrlapot kitöltve kell levélben elküldeni a MATEGYE Alapítvány címére (6001 Kecskemét, Pf. 585). A borítékra kérjük ráírni: ABACUS pályázat.

A pályázat benyújtásának határideje: 2024. szeptember 12.

A pályázat elbírálása: 2024. szeptember 19.

A pályázat eredménye a www.mategye.hu honlapon tekinthető meg.

Kedvezményes pályázat esetén a pályázat csak abban az esetben érvényes, ha az elbírálást követően az újság kedvezményes előfizetési díja befizetésre kerül.

L U R K Ó - L O G I K A

rovatvezető: Bagota Mónika

A márciusban kitűzött feladatok megoldásai

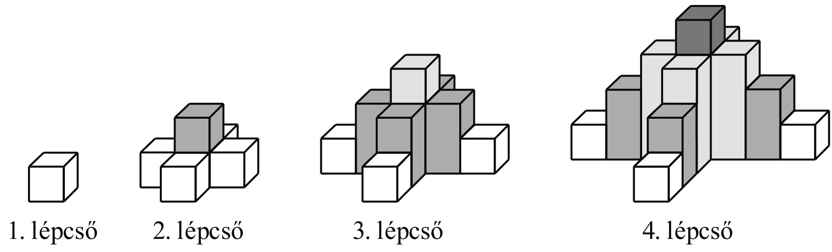
A. 1554. Ancsa, Betti és Cili számokat írnak egy papírlapra. Ha Ancsa kerül sorra, akkor a papíron levő számot ki kell radíroznia és helyette a kétszeresét kell felírnia. Betti 3-mal kisebb, Cili pedig 5-tel nagyobb számot kell, hogy a papírra írjon az eredeti helyett. Milyen sorrendben kell a papírra írniuk, hogy végül 11 legyen a papíron, ha kezdetben a 6 szerepelt és mindegyikük egyszer ír a lapra?

Megoldás: Kipróbálva a lehetséges műveleti sorrendeket, könnyen látható, hogy a $(6-3)\cdot 2+5$ esetben lesz 6-ból kiindulva az eredmény 11. Tehát Betti, Ancsa, Cili sorrendben írtak a lányok a papírlapra.

A. 1555. Kata szombaton kezd hozzá egy könyv elolvasásához. Elhatározza, hogy vasárnaponként 30 oldalt olvas, a többi napokon pedig 6 oldalt. Hány nap alatt végez az 570 oldalas könyvvel?

Megoldás: Kata egy hét alatt $30+6\cdot 6=66$ oldalt olvas. 8 teljes hét alatt $8\cdot 66=528$ oldalt olvas és marad még 42 oldal. Mivel azonban Kata szombaton kezdte el a könyv olvasását, így azon a csonka héten (szombat-vasárnap) elolvasott 36 oldalt, maradt tehát még egyetlen napra 6 oldal. Kata tehát $8\cdot 7+$ $+1+1+1=59$ nap alatt fejezte be a könyv olvasását.

A. 1556. Építsünk lépcsőket 4 irányban színes rudakból (lásd ábra)!



Az 1. lépcsőt 1, a 2. lépcsőt 6 fehér kiskockából tudjuk felépíteni, csak fehér kiskockákat használva. Számítsuk ki, hogy a 3. és a 4. lépcsőt hány fehér kiskockából tudjuk felépíteni!

Megoldás: A 3. lépcső egy szinttel lett magasabb a 2. lépcsőnél. A legalsó szinten 9 fehér kiskocka helyezkedik el, így a 3. lépcső $6+9=15$ fehér kiskockából áll. A 4. lépcső egy szinttel lett magasabb a 3. lépcsőnél. A legalsó szinten 13 fehér kiskocka helyezkedik el, így a 4. lépcső $15+13=28$ fehér kiskockából áll.

A. 1557. Az 1. ábrába berajzoltuk (0;0)-tól (3;3)-ig az összes lehetséges dominót úgy, hogy mindegyik dominó csak egyszer fordulhat elő. Hogyan tudtuk ezt megtenni? Segítség a megoldáshoz: A (2;2)-es dominó csak az ábra jobb alsó sarkában lehet, mivel csak ott fordul elő két 2-es egymás mellett (lásd 2. ábra).

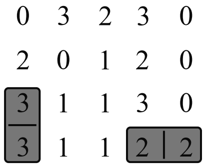
0	3	2	3	0
2	0	1	2	0
3	1	1	3	0
3	1	1	2	2

1. ábra

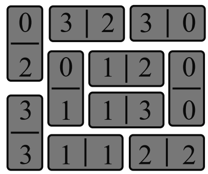
0	3	2	3	0
2	0	1	2	0
3	1	1	3	0
3	1	1	2	2

2. ábra

Megoldás: A (3;3)-as dominó berajzolásával érdemes kezdeni a megoldást, mivel ez a dominó csak az ábra bal alsó sarkában lehet, mivel csak itt fordul elő két 3-as egymás szomszédjaként (lásd 1. ábra). Innen pedig a (0;0) és az (1;1) dominók helyes berajzolásával már megkapjuk a feladvány megoldását (lásd 2. ábra).

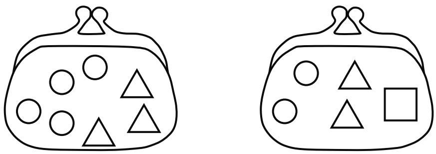


1. ábra



2. ábra

A. 1558. Az ábrákon egy idegen ország pénzérméit látjuk, mindegyik érme értéke egész szám.



Ez összesen 39 ezüstöt ér Ez összesen 101 ezüstöt ér

Mennyi lehet az érmék értéke? Írd be a táblázatba! (Vigyázz! Lehet, hogy több hely van, mint lehetőség.)

△					
○					
□					

Megoldás: Az első pénztárcában levő érmék alapján tudjuk, hogy 3 háromszög és 4 kör alakú érme 39-et ér. Innen kapjuk, hogy ha a háromszög 1-et ér, akkor a kör 9-et kell, hogy érjen. Ebből pedig a második pénztárcában levő érmék értéke alapján következik, hogy a négyzet 81-et ér. A háromszög értéke nem lehet 2; 3; 4 mert akkor a kör értéke nem lenne egész szám. Ha a háromszög 5-öt ér, akkor a kör 6-ot kell, hogy érjen. Ebből pedig a második pénztárcában levő érmék értéke alapján következik, hogy a négyzet ekkor 79-et ér. A háromszög értéke nem lehet 6; 7; 8 mert akkor a kör értéke nem lenne egész szám. Ha a háromszög 9-et ér, akkor a kör 3-at kell, hogy érjen. Ebből pedig a második pénztárcában levő érmék értéke alapján következik, hogy a négyzet ekkor 77-et ér.

△	1	5	9
○	9	6	3
□	81	79	77

A háromszög értéke nem lehet 10; 11, mert akkor a kör értéke nem lenne egész szám. A háromszög értéke 11-nél nagyobb sem lehet, így a lehetséges megoldások az ábrán láthatóak.

A. 1559. Folytasd a megkezdett sorozatot három különféle szabály szerint 5-5 taggal!

4; 8; 12; 16; …

Fogalmazd meg a képzési szabályokat is!

Megoldás: A feladatnak számos helyes megoldása van, nézzünk ebből hármat!
a) Első sorozat: 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; … A képzési szabály: a sorozat egymást követő tagjai mindig 4-gyel nőnek.
b) Második sorozat: 4; 8; 12; 16; 4; 8; 12; 16; 4; 8; 12; 16; …. A képzési szabály: a sorozatban a 4; 8; 12; 16 számok ismétlődnek folyamatosan.
c) Harmadik sorozat: 4; 8; 12; 16; 12; 8; 4; 8; 12; 16; 12; 8; 4; …. A képzési szabály: a sorozatban a 4; 8; 12; 16; 12; 8 számok ismétlődnek folyamatosan.
Megjegyzés: Az értékelés során bármilyen 4; 8; 12; 16 kezdetű sorozatot elfogadunk, amelynek képzési szabályát helyesen adja meg a tanuló.

A. 1560. Van-e olyan szám, amelyhez, ha hozzáadjuk a számjegyeinek összegét, éppen 2025-öt kapunk?

Megoldás: Könnyen látható, hogy a 2000-nél nagyobb számok közül csak a 2016 lesz megfelelő, hiszen $2016+9=2025$. Könnyen ellenőrizhető az is, hogy 1999 és 1990 között is van egy megoldás, hiszen $1998+27=2025$. Az 1989 vagy annál kisebb számok nem lehetnek megfelelők, hiszen $1989+27=2016$ (és az 1989 esetében a lehető legnagyobb a szám és a számjegyek összege), tehát az 1989 vagy annál kisebb számok esetében egy szám és számjegyeinek összege minden esetben kisebb lesz, mint 2025. Így a feladatnak két megoldása van: 2016 és 1998.

A Lurkó-logika megoldásait Rapcsó Ibolya lektorálta.

* * * * *

A pontverseny pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacus@mategye.t-online.hu) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

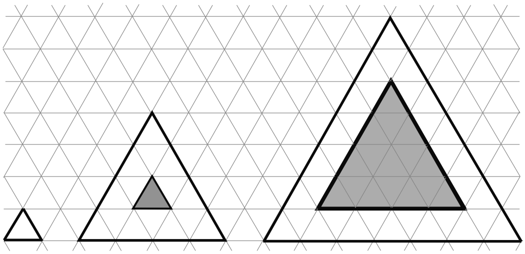
A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

M A T E M A T I K A I   P O N T V E R S E N Y

rovatvezetők: Csík Zoltán, Kósa Tamás és Magyar Zsolt

A márciusban kitűzött feladatok megoldásai

B. 1573. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk. Majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .



Hány kis háromszögből áll a negyedik ilyen háromszög?

Megoldás: A negyedik háromszög oldalának hossza 10 egység.
Az alsó sorban 19, a felette lévőben 17; 15; …; 3 és 1 kis háromszög van, így a kis háromszögek száma: $19+17+15+\ldots+5+3+1=20\cdot 5=100$.
Vagy a háromszögek száma: $10+9+9+8+8+7+7+\ldots+3+3+2+2+1+1=$
$=10\cdot 10=100$

B. 1574. Egy könyvtárban a kölcsönzési idő lejárta után minden késedelmes napért könyvenként 35 Ft késedelmi díjat kell fizetni. Azonban ha valaki bejelenti, hogy a könyv elveszett, akkor nem fizet késedelmi díjat, hanem ki kell fizetnie a könyv árát, amiből a könyvtár újra megveszi a könyvet. Karcsi két könyvet kölcsönzött ki, az egyik ára újonnan 1260 Ft, a másiké pedig 2160 Ft.
a) Mennyit fog Karcsi fizetni a könyvtárnak, ha a két könyvvel 40 napot késett, és a lehető legkevesebb pénzt akarja elkölteni?
b) Hány nap késés után érdemes inkább mindkét könyvet kifizetni, mint késedelmi díjat fizetni, ha a lehető legkevesebb pénzt akarja elkölteni?

Megoldás: ***a)*** Ha 40 napot késett, akkor 1400 Ft késedelmi díjat kell fizetnie könyvenként. Ebben az esetben az 1260 Ft-os könyvet érdemesebb kifizetnie, a másikat pedig pótdíjaznia, így összesen 2660 Ft-ot fog fizetni.

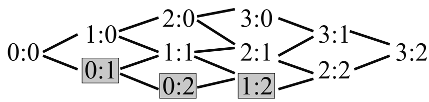
b) Ahhoz, hogy a 2160 Ft-os könyvet se legyen érdemes pótdíjaznia, 62 napot kell késnie. Ugyanis $61 \cdot 35 = 2135$, tehát 61 nap késés esetén még kevesebb a fizetendő pótdíj, mint a könyv ára, de 62 nap esetén már nem.

B. 1575. Egy dobozban van három papírcetli, melyek mindegyikére egy-egy pozitív számot írtunk. Az összes lehetséges módon kihúzunk valahány cetlit a dobozból és vesszük a cetliken lévő számok összegét. (Ha egy számot húzunk ki, akkor azt a számot vesszük, ami a cetlin van. Minden húzás után a kihúzott cetliket visszatesszük a dobozba.) Milyen számok lehetnek a cetlikre írva, ha az így kapott eredmények mind különböző, szomszédos egész számok? (Elég megadni három megfelelő számot!)

Megoldás: 1; 2; 4 esetén a kapott eredmények: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, ami megfelelő.

B. 1576. Egy focimérkőzés végeredménye 3 : 2 lett a hazai csapat javára. Hányféleképpen alakulhatott ki ez a végeredmény, ha volt olyan időszaka a mérkőzésnek, amikor a vendégcsapat vezetett?

Megoldás: Írjuk fel gólonként a lehetséges állásokat és kössük össze azokat, melyek egymás után megvalósulhatnak (lásd ábra). Ha a vendégcsapat vezetett valamikor, akkor ez lehetett 0:1; 0:2; 1:2; ezek a szürkével jelölt állások. Csak olyan állássorozaton (útvonalon) keresztül juthatunk el a 0:0-ból a 3:2-höz, ami átmegy (legalább) egy szürkével jelölt álláson.



A lehetséges állássorozatok:

1. 0:0; 1:0; 1:1; 1:2; 2:2; 3:2 (1:0-on keresztül csak ez lehetséges.)
2. 0:0; 0:1; 1:1; 2:1; 3:1; 3:2
3. 0:0; 0:1; 1:1; 2:1; 2:2; 3:2

(A 2:1-ből 2 befejezés van és a 2:1-hez csak egyféleképpen juthatunk.)

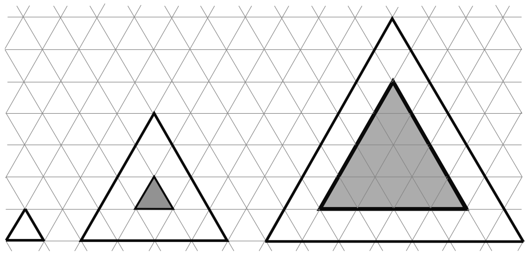
4. 0:0; 0:1; 1:1; 1:2; 2:2; 3:2
5. 0:0; 0:1; 0:2; 1:2; 2:2; 3:2

Öt lehetőség van.

B. 1577. Kati minden hétköznap az iskolában van délután 14 óráig. Pénteken már otthon volt, amikor elkezdett olvasni egy könyvet. Amikor elkezdte olvasni, ránézett a digitális kijelzős órájára. (Az óra 00:00 perctől 23:59-ig mutatja az időt.) 47 perc elteltével ismét ránézett az órájára, és észrevette, hogy a most mutatott időpontban és az előző időpontban összesen 8 különböző számjegyet látott. Hány órakor kezdhette el a könyvet olvasni?

Megoldás: Ha 19 óra előtt kezdte volna el olvasni a könyvet, akkor az első számjegy 47 perc elteltével még mindig 1-es lett volna, így 19 óra után kellett kezdenie, hogy az óra 20 óra valahány percre válthasson közben. 19 óra 34 előtt kezdve vagy a kezdő időpontban van számismétlés, vagy pedig a 20 órával ütközik össze (2-es vagy 0-s számjeggyel). Tehát 19:34-kor vagy későbbi időpontban kellett kezdenie. A végző időpont nem lehet 20:33 előtti, mert ugyancsak a 0, 1 vagy 2 ismétlődne. Tehát végezni csak 20:33 után lehet. Ekkor viszont a lehetséges kezdő időpont 19:47; 19:48; 19:53; 19:54; 19:56; 19:57; 19:58 lehet. Az egyes kezdő időpontokhoz tartozó végidőpontok: 20:34; 20:35; 20:40; 20:41; 20:43; 20:44; 20:45 lehet. Ebből csak két megfelelő párt találunk: 19:48 és 20:35, illetve 19:56 és 20:43.

B. 1578. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .



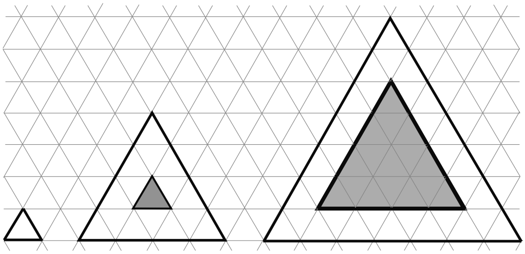
Hány kis háromszögből áll az ötödik ilyen háromszög?

Megoldás: Az ötödik háromszög oldalának hossza 13 egység.
Az alsó sorban 25, a felette lévőben 23; 21; …; 3 és 1 kis háromszög van, így a kis háromszögek száma: $25+23+21+\ldots+5+3+1=26\cdot 6+13=169$.

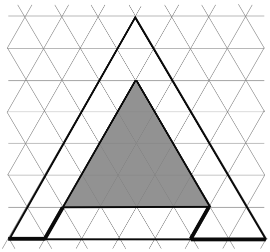
B. 1579. Írd fel az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege prímszám legyen! Keress két megoldást!

Megoldás: A páros és páratlan számokat felváltva kell elhelyeznünk, hogy a szomszédos számok összege ne legyen páros (a 2 nem jöhet ki). Például: 1; 2; 3; 4; 7; 6; 5; 8; 9; 10 (a szomszédos számok összege: 3; 5; 7; 11; 13; 11; 13; 17; 19; 11) vagy 6; 7; 10; 9; 4; 3; 8; 5; 2; 1 (a szomszédos számok összege: 13; 17; 19; 13; 7; 11; 13; 7; 3; 7).

C. 1726. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .



Hány kis háromszögből áll a tizedik ilyen háromszög?



Megoldás: A háromszögek oldalhossza minden lépésben $1+2=3$ egységgel nő (lásd ábra). A 10. háromszög oldalának hossza így $1+9\cdot 3=28$.
Az alsó sorban $28+27=55$ kis háromszög van.
A második sorban $27+26=53$, és így tovább.
A kis háromszögek száma: $55+53+51+\ldots+5+3+$ $+1=56\cdot 14=784$.

C. 1727. Sanyi kedvenc számítógépes játékával játszott 41 percen át. Amikor elkezdte, ránézett a digitális kijelzős okosórájára, ahol három számjegyből álló időpontot látott, mely számjegyek összege 12 volt. (Az óra 1:00-tól 12:59-ig mutatja az időt, majd kezdi elölről. Az egyszámjegyű órákban levő időpontokat kezdő 0 nélkül mutatja, pl. 7:12 formátumban.) A 41 perc elteltével ismét ránézett az órájára, és észrevette, hogy ismét három számjegyből álló időpontot lát, és a számjegyek összege ismét 12. Megfigyelte azt is, hogy mindkét időpontot tekintve összesen 6 különböző számjegyet látott. Hány órakor kezdhetett el játszani? Adjuk meg az összes lehetséges időpontot!

Megoldás: A 12 három különböző számjegyből a következő összegekként állítható elő: $0+3+9$; $0+4+8$; $0+5+7$; $1+2+9$; $1+3+8$; $1+4+7$; $1+5+6$; $2+$ $+3+7$; $2+4+6$; $3+4+5$. Mivel a számjegyismétlés nem megengedett, ezért csak olyan időpont megfelelő, amely az adott óra 20 perc után van, hogy a 41 perccel későbbi időpont már a következő órába essen. 9 óra utánra eső kezdő időpont nem jó, mert 10 óra után már négy számjegy lenne. Az említett összegekből a táblázatban látható megengedett időpontok állíthatók elő. A táblázatba minden időpont mellé beírtuk a 41 perccel későbbi időpontot is, továbbá ezen időpont számjegyeinek összegét.

A megoldást azon időpontok jelentik, ahol a későbbi időponttal nincs számjegy-ismétlés, és a számjegyösszeg 12 (lásd táblázat).

Időpont	+41 perc	Számjegyösszeg	Megoldás-e?
8:40	9:21	12	igen
7:50	8:31	12	igen
1:29	2:10		nem (ismétlés)
1:38	2:19		nem (ismétlés)
1:47	2:29		nem (ismétlés)
7:41	8:22		nem (ismétlés)
1:56	2:37	12	igen
6:51	7:32	12	igen
2:37	3:28		nem (ismétlés)
3:27	4:08	12	igen
7:32	8:13		nem (ismétlés)
7:23	8:04	12	igen
2:46	3:27		nem (ismétlés)
4:26	5:07	12	igen
6:24	7:05	12	igen
6:42	7:23		nem (ismétlés)
3:45	4:26		nem (ismétlés)
3:54	4:35		nem (ismétlés)
4:35	5:16		nem (ismétlés)
4:53	5:34		nem (ismétlés)
5:43	6:24		nem (ismétlés)
5:34	6:15		nem (ismétlés)

Tehát 8 megfelelő időpontot találhatunk összesen.

C. 1728. Írd fel az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12 számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege prímszám legyen! Keress két megoldást!

Megoldás: A páros és páratlan számokat felváltva kell elhelyeznünk, hogy a szomszédos számok összege ne legyen páros (a 2 nem jöhet ki). Például: 11; 12; 1; 10; 3; 4; 7; 6; 5; 8; 9; 2 (a szomszédos számok összege: 23; 13; 11; 13; 7; 11; 13; 11; 13; 17; 11; 13) vagy 12; 11; 6; 7; 10; 9; 4; 3; 8; 5; 2; 1 (a szomszédos számok összege: 23; 17; 13; 17; 19; 13; 7; 11; 13; 7; 3; 13).

C. 1729. Találjuk ki, mi a szabály és folytassuk a táblázat kitöltését!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10	111	100	10	1110	1001					

Megoldás: A felső sorban lévő szám legkisebb olyan pozitív többszöröse szerepel az alsó sorban alatta, ami csupa 1-ből és 0-ból áll.

A hiányzó számok rendre: 1000; 111111111; 10; 1001; 11100.

C. 1730. Egy dobozban van három papírcetli, melyek mindegyikére egy-egy pozitív számot írtunk. Az összes lehetséges módon kihúzunk valahány cetlit a dobozból és vesszük a cetliken lévő számok összegét. (Ha egy számot húzunk ki, akkor azt a számot vesszük, ami a cetlin van. Minden húzás után a kihúzott cetliket visszatesszük a dobozba.) Milyen számok vannak a cetlikre írva, ha az így kapott eredmények mind különböző, szomszédos egész számok?

Megoldás: Jelölje a számokat a, b és c és tegyük fel, hogy $a<b<c$ (egyenlők nem lehetnek a feltétel miatt). Mivel a, b, c, $a+b$, $a+c$, $b+c$ és $a+b+c$ hét különböző szomszédos egész szám, így egyrészt tudjuk, hogy a, b és c egész számok, másrészt a felsorolt összegek közül a legkisebb a és a legnagyobb $a+b+c$, így $b+c=6$ lehet csak. Mivel a, b és c különböző pozitív egész számok, így $b=1$ és $c=5$ vagy $b=2$ és $c=4$. Az első esetben a kapott eredmények: a, 1, 5, 6, $a+1$, $a+5$ és $a+6$. Ekkor $a+2$, $a+3$ és $a+4$-nek is szerepelnie kell közöttük, de e három értékre csak az 1, 5 és 6 pályázhatna, viszont $a+2$, $a+3$ és $a+4$ szomszédos egészek, míg 1, 5, 6 nem, így ez az eset nem lehetséges. A második esetben a kapott eredmények: a, 2, 4, 6, $a+2$, $a+4$ és $a+6$, ami pontosan akkor lehetséges, ha $a+1=2$, $a+3=4$ és $a+5=6$, ami lehetséges, hiszen mindhárom egyenlet megoldása $a=1$. A három szám tehát az 1; 2; és a 4, ami megfelelő. (A kapott eredmények: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.)

C. 1731. Egy focimérkőzés végeredménye 4:3 lett a hazai csapat javára. Hányféleképpen alakulhatott ki ez a végeredmény, ha volt olyan időszaka a mérkőzésnek, amikor a vendégcsapat vezetett?

Megoldás: Írjuk fel gólonként a lehetséges állásokat egy táblázatba. A meccs állásai úgy alakulnak ki, hogy elindulva a 0:0 mezőről jobbra lépünk (a hazai csapat lő gólt), vagy lefelé lépünk (a vendégcsapat lő gólt). Ha a vendégcsapat vezetett valamikor, akkor ez lehetett 0:1; 0:2; 0:3; 1:2; 1:3; 2:3, ezek a szürkével jelölt állások. Csak olyan állássorozaton (útvonalon) keresztül juthatunk el a 0:0-ból a 4:3-hoz, ami átmegy (legalább) egy szürkével jelölt álláson. A lehetséges mérkőzésállások sorozatának száma megegyezik a szürke mezőt érintő útvonalak számával.

0:0	1:0	2:0	3:0	4:0
0:1	1:1	2:1	3:1	4:1
0:2	1:2	2:2	3:2	4:2
0:3	1:3	2:3	3:3	4:3

Az utakat számoljuk össze aszerint csoportosítva, hogy esetükben melyik az utolsó, a vendégcsapat vezetését jelentő eredmény. A 0:2; 0:3; 1:3 állások így most nem számítanak, mert, ha ezekbe valamelyikébe eljutunk, akkor még később is lesz olyan állás, amiben a vendégcsapat vezet.

A szokásos (Pascal-háromszöges) kitöltéssel:

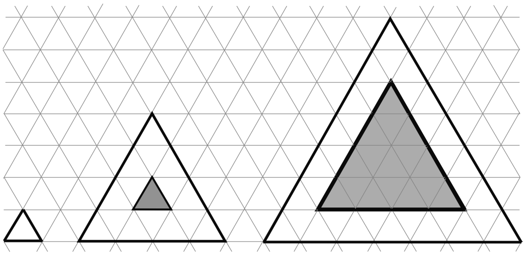
1	1	1	1	1
1	2	3	4	5
1	3	6	10	15
1	4	10	20	35

10-féleképpen juthatunk el a 2:3 álláshoz, de utána bármelyiket is csak 1 úton folytathatjuk, így ez $10 \cdot 1 = 10$ lehetőség. 3-féleképpen juthatunk el az 1:2 álláshoz, és utána 2-féleképpen fejezhetjük be az utunkat, hogy a 2:3 állást már ne érintsük, hiszen az azon át vezető utakat már megszámoltuk (jobbra-jobbra-jobbra-le, jobbra-jobbra-le-jobbra), így ebben az esetben ez újabb $3 \cdot 2 = 6$ lehetőség. 1-féleképpen juthatunk a 0:1 állásba és innen jobbra-jobbra kell mennünk (hogy ne jussunk a 1:2 állásba), majd innen 5 lehetőségünk van továbbhaladni, hogy ne érintsük a 2:3 állást sem, így ez még $1 \cdot 5 = 5$ eset.

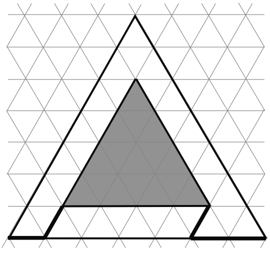
1(0:1)	1	1	1	1
	(1:2)	1	2	3
		(2:3)	2	5

Összesen tehát $10 + 6 + 5 = 21$-féleképpen alakulhatott ki a végeredmény.

C. 1732. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább…



Hány kis háromszögből áll a huszadik ilyen háromszög?



Megoldás: A háromszögek oldalhossza minden lépésben $1 + 2 = 3$ egységgel nő (lásd ábra). A 20. háromszög oldalának hossza így $1 + 19 \cdot 3 = 58$. Az alsó sorban $58 + 57 = 115$ kis háromszög van. A második sorban $57 + 56 = 113$, és így tovább. A kis háromszögek száma: $115 + 113 + 111 + \ldots + 5 + 3 + 1 = 116 \cdot 29 =$ $= 3364$.

C. 1733. Gizinek a $\frac{4}{(x-2)} > 5$ egyenlőtlenséget kellett volna megoldania. A megoldás során azonban az 5 helyett egy másik pozitív egész számot írt, így $2 < x < 4$ lett az általa kapott megoldás. Milyen pozitív egész számot írt az 5 helyett?

Megoldás: Bármilyen n pozitív egész szám kerül az 5 helyére, $\frac{4}{(x-2)} > 0$ teljesülni fog, vagyis $(x-2)$-nek pozitívnak kell lennie. Emiatt a $\frac{4}{(x-2)} > n$ egyenlőtlenség mindkét oldalát $(x-2)$-vel megszorozhatjuk, így kapjuk a $4 > nx - 2n$ egyenlőtlenséget, ahonnan rendezéssel $\frac{(4+2n)}{n} > x$. Mivel $4 > x$ lett a második része a megoldásnak, így $\frac{(4+2n)}{n} = 4$, ahonnan $n = 2$. Ellenőrizhető, hogy a kapott $\frac{4}{(x-2)} > 2$ egyenlőtlenség megoldása valóban $2 < x < 4$.

A Matematikai pontverseny megoldásait Szép János lektorálta.

* * * * *

A pontverseny pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacusujsag@gmail.com) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

* * * * *

Dolgozatjavítás közben az egyik tanár odafordult kollégájához:
– Ebben a dolgozatban a tanuló helyesen válaszolt az egyik kérdésre, de áthúzta a választ. Mit tegyek?
– Írj rá tíz pontot, aztán húzd át! – válaszolja a kolléga.

Matematikai mulatságok

VARGA TAMÁS MATEMATIKAVERSENY

Nagy Tibor (Kecskemét)

A Bolyai János Matematikai Társulat és a Mategye Alapítvány ebben az évben 13. alkalommal rendezte meg a Varga Tamás Matematikaversenyt.

Az alábbi táblázat a versenyzők létszámát mutatja az idei és a tavalyi tanévben.

A lapzártakor érvényes résztvevők száma és a bejutási ponthatárok a következők:

Résztvevők száma

	1. forduló		2. forduló		3. forduló	
	2022/2023	2023/2024	2022/2023	2023/2024	2022/2023	2023/2024
7/I kategória	807 fő	710 fő	313 fő	350 fő	100 fő	102 fő
7/II kategória	321 fő	223 fő	199 fő	177 fő	52 fő	46 fő
8/I kategória	806 fő	708 fő	347 fő	295 fő	112 fő	100 fő
8/II kategória	262 fő	271 fő	178 fő	171 fő	52 fő	50 fő
Összesen	2196 fő	1912 fő	1037 fő	993 fő	316 fő	298 fő

Bejutási ponthatárok

	2. forduló		3. forduló	
	2022/2023	2023/2024	2022/2023	2023/2024
7/I kategória	20 pont	20 pont	32 pont	23 pont
7/II kategória	21 pont	20 pont	24 pont	19 pont
8/I kategória	20 pont	20 pont	28 pont	27 pont
8/II kategória	20 pont	20 pont	33 pont	28 pont

A Varga Tamás Matematikaverseny 1. fordulója 2023. november 28-án, a 2. fordulója 2024. január 23-án zajlott le, a 3. forduló időpontja pedig 2024. március 5. (kedd) 14 óra volt.

Reméljük, hogy az Abacus olvasói közül sokan szerepeltek eredményesen ezen a versenyen!

A Varga Tamás Matematikaversenyt a Nemzeti Tehetség Program az NTP-TMV-M-23-B-0032 pályázat keretében 3.500.000 forinttal támogatta. A támogatás időtartama 2023.07.01-2024.06.30.

A verseny 2. fordulójának feladatai

7. osztály I. kategória

1. feladat: Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelynek mindegyik számjegye páros, és legalább az egyik számjegye 0? (Az egyik ilyen szám a 2024.)

2. feladat: Zsófi ovis csoportjába 50-nél kevesebben járnak. Szerdán reggel kettes sorban mentek a játszótérre, mindenki egy társának fogta a kezét. A fiúk 70 százaléka fogta egy fiú kezét, és a lányok 40 százaléka fogta egy lány kezét. Hány gyerek jár az ovis csoportba, ha szerdán senki sem hiányzott?

3. feladat: Egy színház nézőterén minden sorban 50 szék van, de nem mindegyik széken ülnek. Peti és Zsóka ugyanabban a sorban ülnek. Petitől jobbra ötször annyian ülnek, mint tőle balra. Zsókától balra hatszor annyian ülnek, mint tőle jobbra. Hány szék lehet a sorban Peti és Zsóka között?

4. feladat: Az ABC szabályos háromszög AB oldalának felezőpontja az F pont. Az AB oldal A-n túli meghosszabbításán felvettük az E pontot úgy, hogy $FE=FC$, a BC oldal B-n túli meghosszabbításán pedig a D pontot úgy, hogy $2 \cdot BD=BC$.
a) Bizonyítsd be, hogy a DCF háromszög egyenlő szárú!
b) Hány fokosak a CED háromszög belső szögei?

5. feladat: Az iskolai focibajnokság egyik mérkőzésén a lányok egy hosszú padon ülve szurkoltak az osztály fiúcsapatának. Mindegyik lányon piros, fehér, zöld vagy kék póló volt. Bármelyik 5 egymás mellett ülő lány közül legalább egy piros pólóban volt, bármelyik 7 egymás mellett ülő lány közül legalább kettőn fehér póló volt, bármelyik 9 egymás mellett ülő lány közül legalább hármon zöld póló volt, és bármelyik 11 egymás mellett ülő lány közül legalább négyen kék póló volt. Hány lány ült a padon, ha számuk a lehető legtöbb volt?

7. osztály II. kategória

1. feladat: Egy iskolában a jó tanuló gyerekek harmada jó sportoló. A jó sportoló tanulóknak a negyedrésze jó tanuló. Az iskola tanulóinak 85%-a se nem jó tanuló, se nem jó sportoló. Hány tanulója van az iskolának, ha a jó sportolók száma 8-cal több a jó tanulók számánál?

2. feladat: Az $ABCD$ rombusz D csúcsából az AB oldalra állított merőleges talppontja az E, a BC oldalra állított merőleges talppontja az F pont. A DEF háromszög szabályos. Hányadrésze a DEF háromszög területe a rombusz területének?

3. feladat: A hetedikesek iskolai sakkversenyére 10 tanuló nevezett, közöttük

Tomi is. A versenyen mindenki mindenkivel egyszer játszik. Győzelemért 1 pont, döntetlenért 0,5 pont, vereségért 0 pont jár. A versenyen az első négy helyezést elért tanuló képviselheti az iskolát a városi döntőben. Ha két vagy több versenyző ugyanannyi pontot szerez, akkor sorsolással döntik el a holtversenyben lévők között a helyezéseket. Hány pontot kell szereznie Tominak, hogy biztosan a legjobb négy között legyen?

4. feladat: Egy 2×13-as táblázat mindegyik cellájába egy-egy pozitív egész számot írtunk.

a) Bizonyítsd be, hogy a táblázat mindkét sorában van öt olyan szám, amely 3-mal osztva ugyanannyi maradékot ad!
b) Bizonyítsd be, hogy a táblázat 13 oszlopából kiválaszthatunk három oszlopot úgy, hogy az azokban felül lévő három szám összege is osztható 3-mal és az alul lévő három szám összege is osztható 3-mal!

5. feladat: Egy távoli bolygó lakóinak óráján három mutató forog állandó, de mindhárom különböző sebességgel egy közös tengely körül. Kezdetben a három mutató fedi egymást. Az órát elindítják és az óra addig jár, amíg a három mutató először fedi egymást a kiindulási helyen. Hány előzés történt összesen, ha a leggyorsabb mutató 6-szor előzte meg a leglassabbat? (Az előzés azt jelenti, hogy egy mutató utolér és el is hagy egy lassabbat.)

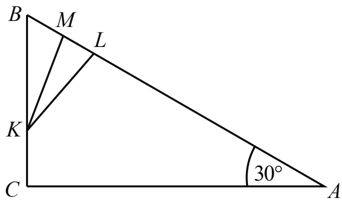
8. osztály I. kategória

1. feladat: Három pozitív egész szám összegének hatszorosa egyenlő a három szám szorzatával. Melyik lehet ez a három szám, ha az egyik szám egyenlő a másik kettő összegével?

2. feladat: Leírjuk a VARGA szó betűinek minden lehetséges sorrendjét, és az így kapott 5 betűs „szavakat" ábécé sorrendbe szedve egymás után felsoroljuk. Hányadik helyen áll ebben a sorban a VARGA szó?

3. feladat: Bence kiválasztott az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 számok közül a lehető legtöbbet úgy, hogy a kiválasztott számokból képezhető kéttagú összegek értékei mind különbözőek. Hány számot választott ki Bence?

4. feladat: Az ABC derékszögű háromszögben $CAB\sphericalangle = 30°$. Az ábrán látható módon felvettük a BC befogón a K pontot, az AB átfogón pedig az M és L pontokat úgy, hogy $KL = KM$, $CK = 4$ cm, $AL = 31$ cm és $BM = 3$ cm. Milyen hosszú az LM szakasz?



5. feladat: Hány olyan 2024-nél nem nagyobb pozitív egész szám van, amely relatív prím a 2024-hez? (Két szám relatív prím egymáshoz, ha nincs 1-nél nagyobb közös osztójuk.)

8. osztály II. kategória

1. feladat: A táblára felírtam négy egész számot, összegük 44. Ha kiszámoljuk mindegyik számpár esetén a két szám különbségét, akkor az 1; 3; 4; 5; 6 és 9 számokat kapjuk. Melyik számok vannak a táblán?

2. feladat: Anna egy 8×8-as sakktáblát feldarabolt téglalapokra úgy, hogy a sakktábla egyik mezőjébe sem vágott bele, és semelyik két téglalap nem volt egybevágó. Mennyi a feldarabolással kapott téglalapok számának lehetséges legnagyobb értéke?

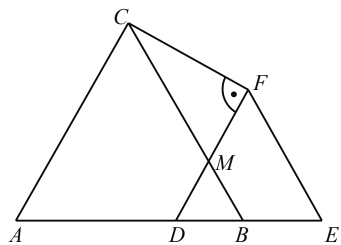
3. feladat: Peti leírt egy olyan háromjegyű pozitív egész számot, amelyben a számjegyek szorzata 30-cal nagyobb a számjegyek összegénél.

a) Bizonyítsd be, hogy Peti olyan számot írt le, amelynek legkisebb számjegye 4-nél kisebb!

b) Hányféle számot írhatott le Peti?

4. feladat: Zsófi és Bence választott magának egy-egy pozitív egész számot, majd mindketten felírják a választott szám összes pozitív osztóját. Bence 8, Zsófi 9 számot ír a táblára. A mindkettejük által leírt számok közül a legnagyobb az 50. Melyik számot választotta Zsófi, és melyiket Bence?

5. feladat: Az ábrán látható *ABC* és *DEF* háromszögek szabályosak. A *D* csúcs az *AB* oldal belső pontja, *E* az *AB* oldal *B*-n túli meghosszabbításán van. A *DF* oldal merőleges a 6 cm hosszú *CF* szakaszra. A *BC* és *DF* oldalak metszéspontja az *M* pont. Az *ABC* háromszög és az *ADMC* négyszög területének aránya 4 : 3. (Az ábra nem méretarányos.)



a) Hányadrésze a *DBM* háromszög területe az *ABC* háromszög területének?

b) Számítsd ki a *DF* szakasz hosszának négyzetét!

Mi van a matematikai csodaládában? (III. rész)

Számadó László (Budapest)

Az előző két részben a Fővárosi Nagycirkusz előadásaihoz kapcsolódó rendhagyó matematikaórákról, és az ezekhez kapcsolódó érdekességek tovább gondolásáról volt szó. Megismerkedtünk a 7-es és a 13-as oszthatósági szabállyal.

Az eljárás igazolásához a következő jelöléseket használtuk. Legyen a vizsgált szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó szám az a, az utolsó számjegye pedig a b. Ekkor a vizsgált szám $10a+b$ alakban írható.

A $(10a+b)-3(a-2b)=7(a+b)$ és a $(10a+b)+3(a+4b)=13(a+b)$ átalakítások azt mutatják, hogy az oszthatóság eldöntéséhez az eredeti $10a+b$ szám helyett vizsgálhatjuk 7-es oszthatóság esetén az $a-2b$, illetve 13-as oszthatóság esetén az $a+4b$ számot. Amennyiben még ezek is nagy számok, akkor folytassuk az eljárást!

A látottak alapján további oszthatósági eljárásokat is készíthetünk.
A fenti jelölést használva: $(10a+b)-(a+b)=9a$.
Ez az előző részekben részletezett módon egy eljárást ad a $10a+b$ szám 3-as (9-es) oszthatóságának eldöntésére.
Egy egész szám akkor (és csak akkor) osztható 3-mal (9-cel), ha a szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó számhoz hozzáadjuk az utolsó számjegyet, és az így kapott szám osztható 3-mal (9-cel). Ha az így kapott számról még nem tudunk dönteni, akkor folytassuk ugyanezt az eljárást.

Legyen a vizsgált szám például a 117. Mivel a $11+7=18$ osztható 3-mal (9-cel), ezért a 117 is osztható 3-mal (9-cel).
Az $a+b$, illetve az $a+b-3b=a-2b$ a 3-mal oszthatóság szempontjából egyformán viselkedik, ezért a 3-mal oszthatóság eldöntésére használhatjuk az $a-2b$ értéket is. Pontosan ezt használtuk a 7-es oszthatóságnál is! Ezek szerint megfogalmazható közvetlen eljárás a 21-gyel oszthatóságra.
Egy egész szám akkor (és csak akkor) osztható 21-gyel, ha a szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó számból kivonjuk az utolsó számjegy 2-szeresét, és az így kapott szám osztható 21-gyel. Ha az így kapott számról még nem tudunk dönteni, akkor folytassuk ugyanezt az eljárást.

Legyen a vizsgált szám például az 567. Mivel az $56-2\cdot 7=42$ osztható 21-gyel, ezért az 567 is osztható 21-gyel.

Felsorolunk részletezés nélkül még néhány összefüggést, amelyek segítségével további oszthatósági eljárások fogalmazhatók meg.

3-as oszthatóság: $(10a+b)-(a+4b)=3(3a-b)$, vagy
$(10a+b)-(a-5b)=3(3a+2b)$.

9-es oszthatóság: $(10a+b)-(a-8b)=9(a+b)$.

11-es oszthatóság: $(10a+b)+(a-b)=11a$, vagy
$(10a+b)+(a+10b)=11(a+b)$

17-es oszthatóság: $(10a+b)+7(a-5b)=17(a-2b)$

Megoldásra ajánljuk a következő feladatokat:

– Van-e olyan naptári év, amelyikben egyetlen 13-adikai nap sem péntek?

– Legfeljebb hány pénteki nap lehet 13-án egy naptári évben?

– Fogalmazz meg közvetlen eljárást a 33-mal, az 51-gyel oszthatóságra!

– Hogyan lehetne dönteni (az osztás elvégzése nélkül) a 19-es oszthatóságról?

Végezetül mutatunk még egy érdekességet. Állapodjunk meg abban, hogy minden négyjegyűnél kisebb számról képesek vagyunk osztással eldönteni a 7-es, 11-es, 13-as oszthatóságot. A nagyobb számok esetén az osztás elvégzése nélkül szeretnénk dönteni.

A 3-nál többjegyű számról levághatjuk az utolsó három jegyből álló számot, és ezt vonjuk ki a megmaradt számból. Ha az így kapott szám osztható 7-tel, 11-gyel, 13-mal, akkor az eredeti szám is osztható 7-tel, 11-gyel, 13-mal. Ha a kivonás eredménye háromjegyűnél nagyobb, akkor folytassuk az eljárást.

Például: Legyen a vizsgált szám a 12 425. Mivel $12-425=-413$, ami $7\cdot(-59)$, ezért a 12 425 osztható 7-tel (és valóban $12\,425=7\cdot 1775$).

Érdemes önállóan is tesztelni a módszert: osztható-e 11-gyel, 13-mal a 328 185? Mi lehet a magyarázata, hogy a 7, 11, 13 ilyen szempontból egyformán viselkedik? Hogyan lehetne igazolni az eljárás helyességét?

Ezeknek a kérdéseknek a megválaszolását az érdeklődő olvasóra bízzuk!
Egy kis segítség: A $7\cdot 11\cdot 13=1001$, és ez a szám már nem csak a csodaládában, de a mesében is szerepel!

* * * * *

A hosszú, egész táblát betöltő matekpélda végén a tanár felírja a megoldást: $x=0$.
– Te jó ég! Semmiért dolgoztunk ennyit! – sóhajt fel az egyik diák.

Matematikai mulatságok

Zrínyi Ilona Matematikaverseny 2023/2024

Csordás Péter (Kecskemét)

A Mategye Alapítvány ebben az évben XXXV. alkalommal rendezte meg a Zrínyi Ilona Matematikaversenyt.

A verseny 1. fordulóján (2023. november 20.) 49 422 diák oldotta meg a verseny feladatait. A résztvevők közül 10 425 fő volt határon túli (felvidéki, erdélyi, kárpátaljai és vajdasági) magyar diák.

A verseny 2. fordulójába 29.997 tanuló jutott tovább, amely 2024. február 16-án zajlott le.

Öt év után újra három napos országos döntőt tudtunk rendezni, amely Kecskeméten került megrendezésre 2024. április 12-14. között. A döntőre 743 tanuló kapott meghívást. A rendezvény az első nap műsoros megnyitóval kezdődött. A második nap délelőttjén került lebonyolításra a verseny, majd közös feladatmegoldáson ismerhették meg a tanulók a feladatok helyes megoldását. Délután ingyenes szabadidős programokon vehettek részt a versenyzők és az őket kísérők. Ezek között szerepelt Planetárium látogatás, a Leskowsky Hangszergyűjtemény és a Rádai Múzeum megtekintése. Városismereti vetélkedő keretében ismerkedhettek a résztvevők Kecskemét belvárosával, a vállalkozó kedvűek pedig mini Kecske Kupa versenyen vehettek részt. Este a Neumann János Egyetem épületében előadások, táncház, különböző logikai játékok, ingyenes üdítő és csokoládé várta az érdeklődőket. Másnap délelőtt került sor az ünnepélyes eredményhirdetésre, ahol az évfolyamok legjobb 20 versenyzője vehette át a megérdemelt díjakat. Jövőre várhatóan Miskolcon kerül sor a XXXVI. Zrínyi Ilona Matematikaverseny három napos országos döntőjére.

A Zrínyi Ilona Matematikaverseny országos döntőjének legjobbjai

2. osztály

1.	Mukkamala Sid	*Gazdagrét-Törökugrató Ált. Isk., Budapest* *Tanítója: Vajdáné Sima Piroska*
2.	Kámán Bendegúz	*Győri Arany János Angol-Német KTNY. ÁI., Győr* *Tanítója: Hegyesi-Németh Márta*
3.	Gál Emese	*Szent II. János Pál Iskolaközpont, Budapest* *Tanítója: Juhász-Márkus Dóra*

4.	Kőnig Konor Kende	*Kőrösi Csoma Sándor Általános Iskola, Dunaharaszti* *Tanítója: Rubin Andrea*
5.	Nemcsok Márton	*Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk. és Gimn., Budapest* *Tanítója: Csájiné Knézics Anikó*
6.	Rokolya Kornél	*Pólya György Általános Iskola, Tatabánya* *Tanítója: Sturczné Borbás Tünde*
7.	Bartók Bence	*Miskolci Görögkatolikus Ált. Isk., Miskolc* *Tanítója: Szűcs Anikó*
8.	Oláh Barnabás	*Kodály Zoltán Ének-zenei Ált. Isk., Gimn., Kecskemét* *Tanítója: Szabó Zsuzsanna*
9.	Csomor László	*Bajza Utcai Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Háló Georgina*
10.	Albert Vilmos	*Márton Áron Általános Iskola, Csíkszentdomonkos* *Tanítója: Kurkó Szilvia*

3. osztály

1.	Huszár Menyhért	*Erzsébetvárosi Kéttannyelvű Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Prinz Dorottya*
2.	Bakosi Bálint	*Karinthy Frigyes Magyar-Angol KTNY. ÁI., Budapest* *Tanítója: Hőbéné Bálint Andrea*
3.	Demjén Adorján	*Székely Mikó Kollégium, Sepsiszentgyörgy* *Tanítója: Márton Magdolna*
4.	Terjéki Máté	*Herman Ottó Tudásközpont Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Kozár Nádja*
5.	Wacha Zsófia	*Kispesti Erkel Ferenc Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Plajner Ferenc*
6.	Laky Mihály	*Hunyadi János Ének-Zene Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Petrilákné Polyák Ildikó*
7.	Guzsvány Levente Attila	*Pécsi Református Koll. Gimn. és Ált. Isk., Pécs* *Tanítója: Gergicsné Pál Irén Teréz*

8.	Magyar Olivér	*Csokonai Vitéz Mihály Ált. Isk. és Gimn., Kaposvár* *Tanítója: Szabó Adrienn*
9.	Szabó Gergely	*Szent Imre Római Katolikus Általános Iskola, Komárom* *Tanítói: Egyedné Hargitai Ildikó, Nagyné Bárdos Edina*
10.	Pszota Örs	*Váci Árpád Fejedelem Általános Iskola, Vác* *Tanítója: Frank Marianna*

4. osztály

1.	Verdes Mihály Sándor	*Nagy Szent Bazil Görögkatolikus Ált. Isk., Hajdúdorog* *Tanítói: Feczák Borbála, Lukácsné Márku Ágnes*
2.	Albrecht Róbert	*Petőfi Sándor Katolikus Általános Iskola, Kecskemét* *Tanítói: Koleszár Edit, Nagy Tibor*
3.	Huang Enrui	*Kőbányai Harmat Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Tóth Zsuzsanna*
4.	Mikó Bíborka	*Hartyán Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Koppány Krisztina*
5.	Kónya Katalin	*PTE GYÁIG Deák Ferenc Általános Iskolája, Pécs* *Tanítója: Garamszegi Rita*
6.	Maróti Gábor	*Tisza-parti Általános Iskola, Szeged* *Tanítója: Halászné Blutman Gyöngyi*
7.	Targuba Péter	*Hunyadi Mátyás Általános Iskola, Budapest* *Tanítója: Hódosi Dana*
8.	Kisfaludy Levente	*Pannónia Sacra Katolikus Ált. Isk., Budapest* *Tanítója: Róthné Nagy Boglárka*
9.	Pálfi Róbert	*Redriff Primary City of London Academy, London* *Tanítója: Joanna James*
10.	Harangi János	*Simándy József Általános Iskola és AMI, Kistarcsa* *Tanítója: Harcsa Andrea*

5. osztály

1.	Tóth Botond	*Batthyány Lajos Gimnázium, Nagykanizsa* *Tanára: Erdős Gábor*
2.	Soós Ágoston	*ELTE Radnóti Miklós Gyak. Isk. és Gimn., Budapest* *Tanárai: Iványiné Harró Ágota, Szabó Dávid*
3.	Tóth Domonkos	*ELTE Radnóti Miklós Gyak. Isk. és Gimn., Budapest* *Tanárai: Doros Júlia, Pataki Henriette*
4.	Bodnár Áron	*Andor Ilona Ének-Zenei Ált. Isk. és AMI, Budapest* *Tanára: Gnandtné Szabó Anikó*
5.	Szabó Gergely	*Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk. és Gimn., Budapest* *Tanárai: Farkasházi Csilla, Zámbó Csilla Gyöngyvér*
6.	Geller Ákos	*Illyés Gyula Gimnázium, Dombóvár* *Tanára: Soós Gyopár*
7.	Czombos Olivér	*Vörösmarty Mihály ÁI. Székhely Intézménye, Orosháza* *Tanára: Borombós Edit*
8.	Tőberling Ervin	*Árpád-házi Szent Erzsébet Gimn., Ált. Iskola, Esztergom* *Tanára: Győző Friedmann Rita*
9.	Diós Dominik	*Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske* *Tanára: Hodgyai Edit*
10.	Farkas Bálint	*Bem József Általános Iskola, Nyíregyháza* *Tanára: Rákóczi Ferencné*

6. osztály

1.	Vincze Tamás Márk	*Jókai Mór Általános Iskola, Budapest* *Tanára: Dombiné Tóth Gabriella*
2.	Li Mingdao	*Bem József Általános Iskola, Budapest* *Tanárai: Kovácsné Sényi Anikó, Tóthné Szeles Éva*
3.	Nagy Ádám Kornél	*Ibolya Utcai Általános Iskola, Debrecen* *Tanárai: Fazekas Sándor, Orbán Andrea*

4. Sergeev Timur — *Bajza Utcai Általános Iskola, Budapest*
Tanára: Jakab Ágnes

5. Dési Barnabás — *Néri Szent Fülöp Katolikus Általános Iskola, Budapest*
Tanára: Dohány Edit

6. Winkler-Antal Dalma — *Török Ignác Gimnázium, Gödöllő*
Tanára: Budai Tünde

7. Horváth Barnabás — *Kastélydombi Általános Iskola, Budapest*
Tanára: Fenyvesi Márta

8. Hu Zhanyun — *ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Isk. és Gimn., Budapest*
Tanára: Pálinkás Tünde

9. Herczeg Márton — *Debreceni Kinizsi Pál Általános Iskola, Debrecen*
Tanára: Csák Lászlóné

10. Horváth Ákos — *Petőfi Sándor Katolikus Általános Iskola, Kecskemét*
Tanárai: Aszódiné Pálfi Edit, Nagy Tibor

7. osztály

1. Kokas Gergely — *Török Ignác Gimnázium, Gödöllő*
Tanárai: Ábrahám-Huszár Éva, Veszelyné Fábri Zsuzsanna

2. Adamson Péter — *Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk., Budapest*
Tanárai: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter

3. Kozma Sándor — *Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk., Budapest*
Tanárai: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter

4. Sasvári Zoltán — *Miskolci Herman Ottó Gimnázium, Miskolc*
Tanára: Pilzné Nagylaki Tünde

5. Gál Mózes — *Miskolci Herman Ottó Gimnázium, Miskolc*
Tanára: Pilzné Nagylaki Tünde

6. Lazur András — *Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk., Budapest*
Tanárai: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter

7. Simon Kornél — *Eötvös József Gimnázium, Budapest*
Tanára: Kámán Ildikó

8. Oros Áron — *Premontrei Iskolaközpont, Gödöllő*
Tanára: Gelányi Ildikó

9. Somogyi Dániel — *ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Iskola, Budapest*
Tanárai: Mohay Péter, Németh Dorottya

10. Kelepecz Kornél — *Kempelen Farkas Gimnázium, Budapest*
Tanára: Nagy Emese

8. osztály

1. Morvai Várkony Albert — *Fóti Garay János Általános Iskola, Fót*
Tanára: Kovács Margit

2. Sájter Klaus — *Petőfi Sándor Általános Iskola, Csíkszereda*
Tanára: Lengyel-Fischer Ágnes

3. Xu Jianan — *Eötvös József Gimnázium, Budapest*
Tanára: Balogh Andrea

4. Herczegh Géza — *Árpád-házi Szent Erzsébet Gimn. és Ált. Isk., Esztergom*
Tanára: Győzőné Friedmann Rita

5. Baran Júlia — *Fazekas Mihály Gimnázium, Debrecen*
Tanárai: Kovács Péter, Remeténé Orvos Viola

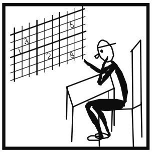
6. Bodor Ádám — *Petőfi Sándor Általános Iskola, Csíkszereda*
Tanára: Lengyel-Fischer Anett

7. Ondró Máté — *Dózsa György Általános Iskola, Veszprém*
Tanára: Tislérné Ferencz Ágnes

8. Gincsai Gábor — *Budai Ciszterci Szent Imre Gimn., Budapest*
Tanárai: Rauscherné Horváth Gyöngy, Rimóczi Anna

9. Lovas Márk — *Janus Pannonius Gimnázium, Pécs*
Tanárai: Fülöp Dóra, Lányi Vera

10. Kóczián Benedek — *Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest*
Tanára: Mihalik Ágnes



SUDOKU

rovatvezetők: Csordásné Pásti Natália és Csordás Péter

Az alábbi ábra tartalmazza az előző havi feladvány helyes megoldását.

5	3	**4**	7	8	1	**9**	2	**6**				**6**	3	**4**	2	1	8	**9**	5	**7**
8	2	7	3	**6**	9	4	5	1				9	1	5	6	**7**	4	8	3	2
1	6	9	**4**	2	**5**	8	3	**7**				**8**	7	2	**5**	9	**3**	6	1	**4**
3	4	**8**	2	9	7	**1**	6	5				2	5	**6**	1	3	7	**4**	9	8
2	**5**	6	1	**3**	8	7	**9**	4				1	**8**	9	4	**6**	2	5	**7**	3
9	7	**1**	5	4	6	**2**	8	3				7	4	**3**	9	8	5	**2**	6	1
4	9	5	**6**	7	**2**	3	1	8	2	**4**	9	5	6	7	**8**	4	**1**	3	2	**9**
6	8	3	9	**1**	4	5	7	2	**8**	6	**3**	4	9	1	3	**2**	6	7	8	5
7	1	**2**	8	5	3	6	4	9	1	5	7	3	2	8	7	5	9	**1**	4	**6**
						1	**8**	5	**7**	3	**2**	6	**4**	9						
						9	3	4	5	**1**	6	7	8	**2**						
						7	**2**	6	**9**	8	**4**	1	**3**	5						
4	9	**6**	1	7	8	2	5	3	4	9	1	8	7	6	9	1	3	**2**	4	**5**
3	1	5	2	**9**	4	8	6	7	**3**	2	**5**	9	1	4	2	**7**	5	8	3	6
8	7	2	**3**	6	**5**	4	9	1	6	**7**	8	2	5	3	**4**	8	**6**	9	7	**1**
9	4	**3**	8	5	7	**6**	1	2				6	8	**5**	1	2	7	**4**	9	3
5	**2**	1	6	**4**	3	7	**8**	9				3	**9**	7	6	**5**	4	1	**8**	2
6	8	**7**	9	2	1	**5**	3	4				1	4	**2**	8	3	9	**6**	5	7
2	3	9	**7**	8	**6**	1	4	**5**				**7**	6	8	**3**	4	**2**	5	1	**9**
7	5	8	4	**1**	9	3	2	6				5	2	1	7	**9**	8	3	6	4
1	6	**4**	5	3	2	**9**	7	**8**				**4**	3	**9**	5	6	1	**7**	2	**8**

Ebben a számban már nem tűzünk ki újabb beküldendő feladatot.

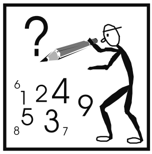
Az év hátralévő részében minden versenyzőnek eredményes tanulást, minél jobb év végi bizonyítványt és kellemes nyári élményeket kívánunk!

* * * * *

A Sudoku pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacus@mategye.t-online.hu) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.



S Z Á M R E J T V É N Y E K

rovatvezető: Csordásné Pásti Natália

Reméljük, hogy az utolsó rejtvénnyel is sokatoknak sikerült megbirkózni. A mellékelt ábra tartalmazza a helyes megoldást.

		20\	12\	24\		6\	18\		29\	29\	16\	25\	
	\23	6	9	8	\9	5	4	17\30	8	7	9	6	16\
	7\12	2	3	7	44\36	1	6	8	5	3	7	4	2
\4	1	3	16\17	9	8	3\30	8	9	7	6	8\17	8	9
\6	2	1	3	15\6	5	1	6\	4\31	9	8	2	7	5
\36	4	8	6	5	7	2	3	1	43\6	5	1	18\	14\
	13\	17\7	1	2	4	3\6	2	3	1	19\8	5	1	2
\28	5	7	4	3	6	2	1	3\16	7	9	15\4	3	1
\25	3	6	2	4	9	1	7\21	1	3	2	4	6	5
\5	4	1	23\3	1	2	5\29	1	2	5	4	3	8	6
\13	1	3	9	24\8	3	1	4	4\7	4	1	2	31\	10\
	19\	28\12	8	4	29\36	4	2	1	6	3	5	8	7
\35	7	9	6	5	8	17\	21\11	3	8	18\8	1	5	2
\17	9	8	14\29	7	5	8	9	17\17	9	8	17\10	9	1
\44	3	4	6	2	7	9	5	8	\14	4	8	2	
	\30	7	8	6	9	\16	7	9	\22	6	9	7	

Ennek a feladatnak a megoldásával véget ért a számrejtvények pontversenye. Örülök, hogy ebben az évben is sokan küldtétek be a kitűzött feladatok megoldásait, és sokan voltatok olyanok, akik minden hónapban hibátlanul oldották meg a kitűzött számrejtvényt. Terveink szerint a jövő évben is folytatjuk a rovatot. Reméljük, hogy jövőre az idei évnél is többen küldenek be helyes megoldásokat.

Az év hátralévő részében minden versenyzőnek eredményes tanulást, minél jobb év végi bizonyítványt és élményekben gazdag nyári szünetet kívánunk!

* * * * *

A Számrejtvények pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacus@mategye.t-online.hu) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

M A T E M A T I K A I   P R O B L É M Á K

rovatvezető: Csete Lajos

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

MP. 416. Egy digitális óra mutatja az órákat és a perceket. Például az 5 óra 7 percet így mutatja: 05 : 07. Az *X* gyerek odament az órához és észrevette, hogy a digitális óra éppen egy úgynevezett palindrom óra : perc kijelzést mutat, vagyis *ab* : *ba* alakú a digitális órán kijelzett idő, azaz balról és jobbról kiolvasva is ugyanaz a számjegyek sorrendje. Az *X* gyerek elhatározta: nem gondolkodik rajta, hogy ezután mikor jelenik meg a legközelebbi palindrom óra : perc kijelzés, hanem kivárja. A makacs *X* gyerek ezután 4 órát várt türelmesen, de ezalatt még nem jelent meg palindrom számkijelzés. Mennyi ideig kell még várnia ehhez?

Megoldás:
Az összes palindrom időkijelzés:
00 : 00, 01:10, 02 : 20, 03 : 30, 04 : 40, 05 : 50, 10 : 01, 11:11, 12 : 21, 13 : 31, 14 : 41, 15 : 51, 20 : 02, 21:12, 22 : 22, 23 : 32.
Csak két pár olyan palindrom időkijelzés van, amelyek között több mint 4 óra különbség van:
A 05 : 50 és a 10 : 01 között 4 óra 11 perc van, míg a 15 : 51 és a 20 : 02 között is 4 óra 11 perc van.
Mivel az *X* gyerek eddig 4 órát várt, így még 11 percet kell várnia.

Megoldották:
Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola, Budapest),
Dervalics Anna 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Dömők Dávid 6. osztályos tanuló (Kőbányai Keresztury Dezső Általános Iskola, Budapest),
Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Budapest),
Kádár Luca 8. osztályos tanuló (Veres Péter Gimnázium, Budapest),
Lénárt Kinga 6. osztályos tanuló (Premontrei Szent Norbert Gimnázium, Gödöllő),
Pocsay Bence Máté 8. osztályos tanuló (Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc),
Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Zawadowski Júlia 7. osztályos tanuló (ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium).

Megjegyzés: A feladat szerzője Jurij Markelov, *Kvantik*, 2018/11. 32. oldal, 11. feladat, megoldása *Kvantik* 2019/01, 26. oldal.

MP. 417. Két úriember sétál egy sugárúton. Egyszerre indulnak el a sugárút két ellentétes végéről és a sugárút közepétől 50 méterre találkoznak először. Amikor elérik a sugárút végét, azonnal megfordulnak és változatlan sebességgel visszasétálnak. Az urak még kétszer találkoznak szemtől szemben, majd az egyik utoléri a másikat a sugárút egyik végénél. Mekkora a sugárút hossza?

1. megoldás:

A háromszori szembetalálkozás a lassabb ember háromszori sugárút megtétele során lehetséges (oda-vissza-oda), míg ugyanezen idő alatt a gyorsabb ember négyszer teszi meg a sugárutat. Természetesen a gyorsabb utolsó, 4. sugárút megtétele során már nem találkoznak szembe, mert az előnyben lévő lassabbat a gyorsabb éppen a sugárút végén fogja utolérni.

Legyen x a sugárút hosszának a fele. Mivel a megtett út a sebességgel egyenesen arányos, ezért az 1. találkozásig a gyorsabb által megtett út $x+50$ m, a lassabb által megtett $x-50$ m úthoz úgy aránylik, mint a sebességeik aránya, azaz $4:3$.

Tehát

$$\frac{x+50}{x-50}=\frac{4}{3}$$

Ebből

$$3(x+50)=4(x-50)$$

$$3x+150=4x-200$$

$$150=x-200$$

$$x=350$$

Tehát a sugárút hossza $s=2x=700$ méter.

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Ált. Isk., Budapest) megoldása.

2. megoldás:

Legyen x a sugárút hossza. A lassabb ember $3x$ utat tett meg, míg a gyorsabb ember $4x$ utat tett meg. Legyen a lassabb ember sebessége v_1, míg a gyorsabb ember sebessége v_2!

Az utolsó találkozásig eltelt idő ugyanakkora mindkét embernél, tehát:

$$\frac{3x}{v_1}=\frac{4x}{v_2}$$

Ebből azt kapjuk, hogy

$$v_1=\frac{3v_2}{4} \quad (1)$$

Másrészt az első találkozásig eltelt idők is egyenlők:

$$\frac{\frac{x}{2}-50}{v_1}=\frac{\frac{x}{2}+50}{v_2}$$

Ebből

$$\left(\frac{x}{2}-50\right)v_2=\left(\frac{x}{2}+50\right)v_1$$

Felhasználva (1)-et:

$$\left(\frac{x}{2}-50\right)v_2=\left(\frac{x}{2}+50\right)\frac{3v_2}{4}$$

Ebből

$$\frac{x}{2}-50=\left(\frac{x}{2}+50\right)\frac{3}{4}$$

$$2x-200=\frac{3x}{2}+150$$

$$4x-400=3x+300$$

$$x=700$$

Tehát a sugárút hossza 700 méter.

Dervalics Anna 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg) megoldása.

3. megoldás:

Legyen a sugárút hossza x! A találkozásig a gyorsabb ember $\frac{x}{2}+50$ méter utat tesz meg, míg a lassabb ember $\frac{x}{2}-50$ méter utat tesz meg. Ekkor a két úriember által megtett utak különbsége az első találkozásig $\frac{x}{2}+50-\left(\frac{x}{2}-50\right)=50\text{ m}+$ $+50\text{ m}=100$ méter.

Figyeljük meg, hogy ha ketten együtt x hosszúságú utat tesznek meg, akkor a lassabb embernek 100 méter hátránya keletkezik a gyorsabbhoz képest!

Mivel a két ember háromszor találkozik a sugárút mentén, ezért a gyorsabban haladó személynek 4-szer, míg a lassabban haladónak 3-szor kell megtennie az x hosszúságú utat.

Így a gyorsabb $4x$, míg a lassabb $3x$ hosszúságú utat tesz meg.

Összesen $7x$ hosszúságú utat tesznek meg együtt. Ebből következik, hogy $7 \cdot 100 \text{ m} = 700 \text{ m}$ hosszú út hátránya keletkezett a lassabb embernek és éppen egy x hosszúságú úttal kevesebbet gyalogolt. Tehát a sugárút hossza $x = 700$ méter.

Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg) megoldása.

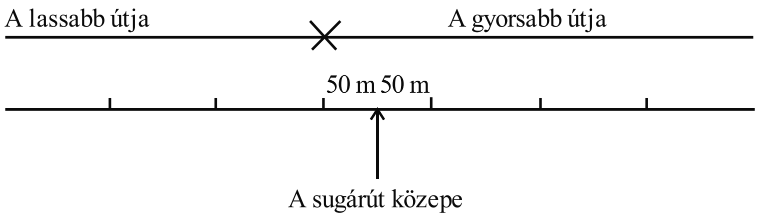
4. megoldás:

Mivel háromszori szembetalálkozás történt, ezért a lassabb ember háromszor tette meg az utat, míg a gyorsabb ember még egyszer, vagyis négyszer. Ebből következik, hogy a sebességeik aránya $3:4$.

Gondoljuk meg, hogy ekkor ugyanannyi idő alatt a lassabb ember 3 rész szakaszt tesz meg, míg a gyorsabb ember 4 rész szakaszt tesz meg!

Ezért osszuk fel 7 egyenlő rész szakaszra a sugárút hosszát!

Az alábbi ábrán az első találkozásnál kialakult helyzetet láthatjuk.



Vegyük észre, hogy a sugárút hossza 7 rész egyenlő hosszúságú szakasz és egy ilyen szakasz hossza $50 \text{ m} + 50 \text{ m} = 100 \text{ m}$.

Tehát a sugárút hossza $7 \cdot 100 \text{ m} = 700 \text{ m}$.

Megoldotta még:

Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Budapest),

Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg).

Megjegyzés: A feladat szerzője Alekszej Zaszlavszkij, *Kvantik*, 2018/07. 33. oldal 53. feladat, megoldása *Kvantik*, 2018/09. 27. oldal.

* * * * *

A Matematikai problémák rovat beküldőinek értékelését a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én.

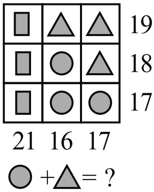
A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

L O G I - S A R O K

rovatvezető: Tuzson Zoltán

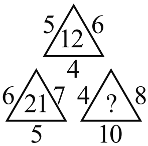
A korábban kitűzött feladványok megfejtése

L. 634. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



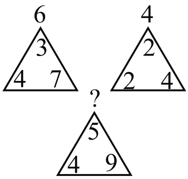
Megfejtés: Mivel a 3 téglalap 21, ezért 1 téglalap 7, így a 2. sor szerint a kör meg a háromszög együtt $18-7=11$, vagyis $?=11$.

L. 635. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Vegyük észre, hogy $1=5\cdot4-(6+2)$, $21=6\cdot5-(7+2)$, ezért $?=$ $=4\cdot10-(8+2)=30$!

L. 636. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



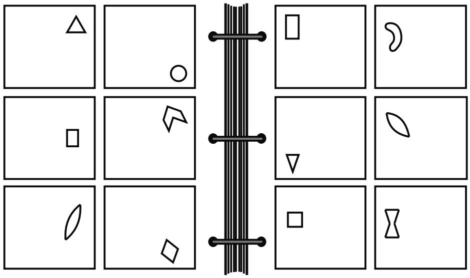
Megfejtés: Vegyük észre, hogy $6=7+3-4$, $4=2+4-2$, ezért $?=5+9-4=10$!

* * * * *

A Logi-sarok feladatai nem szerepelnek a pontversenyben, ezért a feladatok megoldásait kérjük, hogy senki ne küldje be! A megoldások nem kerülnek értékelésre.

Bongard problémák

BP. 7. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



Megfejtés: Figyeljük meg a bal, illetve a jobb oldalon elhelyezkedő alakzatokat. Észrevehetjük, hogy vannak közöttük domború, homorú, szögletes és görbevonalú alakzatok. A lényeg, hogy a bal oldali alakzatok az ablakok jobb oldalán, a jobb oldaliak az ablakok bal oldalán helyezkednek el.

* * * * *

Egypercesek

1. Egy gyufásdobozban néhány gyufaszál van. Ha számukat megkétszerezzük, majd elveszünk belőlük 8-at, ezután a maradék gyufaszálak számát újra megkétszerezzük, ismét elveszünk közülük 8-at, végül harmadszor is megismételjük ezt, üres lesz a gyufásdoboz. Hány gyufaszál volt a dobozban eredetileg?

2. Határozd meg a törtkifejezés értékét, ha az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek!

$$\frac{C \cdot S \cdot O \cdot D \cdot Á \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot S}{B \cdot A \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot N} = ?$$

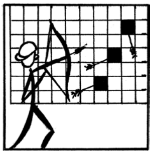
3. A vásárban egy kereskedő 600 tallérért vett egy lovat, melyet később 700 tallérért adott el. Telt-múlt az idő, majd ugyanezt a lovat ismét megvette, most 800 tallért fizetett, s hamarosan túladott rajta 900 tallérért. A lóval kapcsolatos adás-vételek eredményeként a kereskedő nyert vagy veszített, s mennyi ez a nyereség (vagy veszteség)?

4. Egy verseny döntőjébe kilenc hatodikos került be, lányok és fiúk vegyesen. Itt a lányok hat tized része legalább két feladatot oldott meg hibátlanul. Hány hatodikos fiú és hány hatodikos lány került az országos döntő második fordulójába?

5. 8 éves koromban apám 31 éves volt, most pedig kétszerannyi, mint én. Hány éves vagyok?

A feladatok megoldásai a 36. és a 44. oldalon olvashatók.

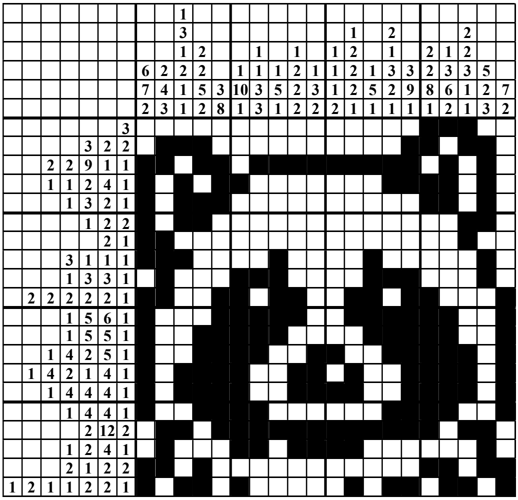
Róka Sándor: Egypercesek



L O G I G R A F I K A

rovatvezető: Pusztai Ágota

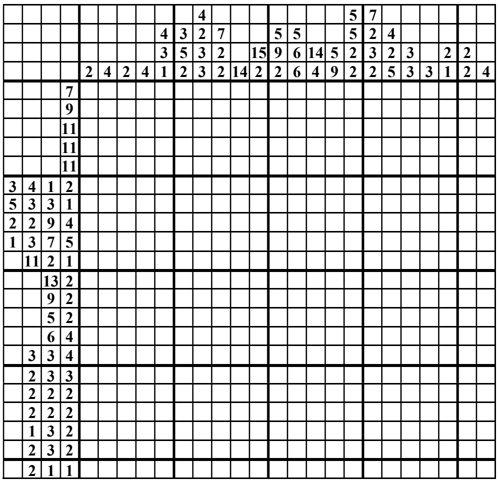
Először nézzük meg az előző havi feladvány megoldását! A jól színezett képen egy pandamaci feje látható (1. ábra).



1. ábra

Ebben a hónapban beküldendő feladványt már nem tűzünk ki, a pontverseny az előző havi megfejtések kiértékelésével lezárul. A következő hónapban megjelenik a *www.mategye.hu* honlapon azok névsora, akik egész évben jó megfejtéseket küldtek és ezért jutalmat kapnak.

Azok kedvéért viszont, akik egy borongósabb nyári napon is szívesen logigrafikáznának, most is közlünk egy feladványt (2. ábra). Ennek megfejtését tehát már ne adjátok postára, nem számít bele a pontversenybe. A megszokottnál nagyobb méretű az ábra, így kicsit több figyelmet és kitartást követel a megfejtőtől.



2. ábra

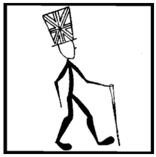
Jó szórakozást és sok sikert a megoldáshoz!

A Logigrafika pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacusujsag@gmail.com) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

MATHS

rovatvezető: Pilter Adorján



In the previous month, we started looking at Vedic squares.

If you followed the description your Vedic square should look like this:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Now, what is the connection of this Vedic square with art?
You can colour[1] cells with the same number to the same colour:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

[1] the actual coloured version can be found online at http://www.mategye.hu/?pid=abacus/2023-2024%20digit%E1lis%20v%E1ltozat

You can connect cells with the same number to have shapes (like 5 in this example):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Or you can use your imagination and create your own art. Again, your working can be sent to:

abacus@mategye.t-online.hu
Please write "MATHS" into the subject field.

Several famous artists used geometric shapes and colours to make masterpieces. You may want to check works of Piet Mondrian, Maurits Cornelis Escher or Victor Vasarely.

* * * * *

Thank you for your active participation. It was my pleasure to read so many creative solutions. I suggest that you continue and work on your own or in groups on many-many Mathematical problems, even in English. I wish you all the best for the summer and for the following years.

* * * * *

„Egypercesek” megoldás

1. Okoskodhatunk visszafele („rákmódszer”). A harmadik alkalommal dupláztunk, majd elvettünk 8 szálat és elfogytak a gyufák, tehát 4 szálat dupláztunk ez alkalommal. 4 szál maradt a második duplázás és 8 szál elvétele után. Emiatt az elvétel előtt $4+8=12$ szál volt, ehhez 6 szál duplázásával jutottunk. 6 szál gyufa akkor maradt az asztalon, amikor első alkalommal vettünk el 8 szálat, tehát ekkor $6+8=14$ szál gyufánk volt, amit a kezdeti 7 szál duplázásával kaptunk. Kezdetben 7 szál gyufa volt a dobozban.

A feladat szövege a 33. oldalon olvasható.

Róka Sándor: Egypercesek

M A T H E M A T I K

rovatvezető: Nagy Barbara

Humor in der Mathematik

Eigentlich müsste 3 die Hälfte von 8 sein. So rein optisch zumindest!

Für Römer war Mathe einfach. X war immer 10.

Ich habe neulich meinen Mathelehrer angerufen. Aber er hat nicht damit gerechnet.

Wenn $x=3$, wie viel ist $2x$? --- 23?

13 von 10 Menschen sind mit Mathe überfördert.

Mathematiker stehen nachts auf und müssen $\pi\ \pi$.

Lehrer: "80% aller Schüler in dieser Klasse haben keine Ahnung von Prozentrechnung."
Schüler: "Herr Lehrer, so viele sind wir doch gar nicht!"

Was macht ein Mathematiker, der vor dem Fliegen Angst hat, dass eine Bombe im Flugzeug ist? Er nimmt eine eigene Bombe mit, da die statistische Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Flugzeug zwei Bomben befinden, nahezu Null ist.

Welches Tier kann addieren? --- Ein Oktoplus.

Warum können Piraten keinen Kreis berechnen? --- Weil sie Pi raten!

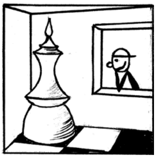
"Passt gut auf!" sagt der Lehrer. "Wenn zehn Maurer zum Bau eines Hauses hundert Tage brauchen, dann brauchen hundert Maurer für dieselbe Arbeit nur zehn Tage. Habt ihr das begriffen?" – "Ja!" ruft die Klasse. – "Jetzt nennt mir ein anderes Beispiel!" – Eine Zeit lang herrscht Schweigen, dann meldet sich Daniel am hintersten Tisch: "Wenn ein Schiff nach New York fünf Tage braucht, dann brauchen fünf Schiffe nur einen Tag!"

Quelle: https://www.matheretter.de/mathe-witze

* * * * *

Az egész matematika tulajdonképpen egy végtelenségig variálható logikai rejtvény – megoldható talányok összessége.

Stieg Larsson



S A K K - S A R O K

rovatvezető: Karácsonyi Kata

Amikor a gép legyőzte az embert

A világ legnagyobb döbbenetére az 1997. május 11-én véget érő, hatjátszmás sakkpartiban az IBM Deep Blue nevű sakkszámítógép sikert aratott az aktuális sakkvilágbajnok, Garri Kaszparov felett. Ez volt az első eset a sakk történelmében, hogy verseny körülmények között a világbajnok alulmaradjon egy számítógéppel szemben.

Meghatározó pillanat volt, amikor a XX. század utolsó két évtizedének egyik géniusza, Garri Kaszparov 1997. május 11-én – élete talán legrövidebb ideig tartó rendes partiját követően – érthetetlen, majd kifejezetten dühös arccal felpattant a New York-i Equitable Building 35. emeletén berendezett teremben az asztaltól, és ellenfelét csalással megvádolva vesztesen távozott. Fele ennyire nem lett volna mérges és csalódott, ha valamelyik nagy riválisa – akár még Anatolij Karpov is talán – győzte volna le. De nem, a vesztes párbajt az IBM Deep Blue nevű sakkszámítógépe ellen vívta, amely a világ döbbenetére legyőzte a világbajnokot. A gép két győzelem, három döntetlen és egy vereség mellett 3,5 : 2,5 arányban bizonyult jobbnak Kaszparovnál.

Magát a Deep Blue-t egy bizonyos Feng-hsiung Hsu nevű kínai-amerikai matematikus kezdte el fejleszteni 1988-ban a Carnegie Mellon egyetemen, akkor még Deep Thought névre hallgatott a masina. Amikor a tervezői és programozói úgy gondolták, itt az idő arra, hogy bevessék az emberi agy ellen, a világ két legjobb sakkozójával, Garri Kaszparovval és Anatolij Karpovval eresztették össze, aminek a gép számára csúfos vereség lett a vége. Egy évvel később Feng az IBM-hez igazolt, ahol lehetőséget kapott arra, hogy folytassa az általa elkezdett projektet, igaz, már Deep Blue néven.

A Deep Blue már nem egyszerű sakkprogram volt, másodpercenként 200 millió lépésvariációt tudott kiszámolni és értékelni. 6-12 lépésre előre tudta a meccs összes lehetséges állását elemezni. Négyezer féle megnyitást ismert, és több mint 700 ezer sakkjátszma lépéseit tartotta a memóriájában.

Pár évvel később sor került a visszavágóra. Időközben az IBM a Deep Blue-t a világ 259. legerősebb számítógépévé fejlesztette, Fengék megduplázták a gép lehetséges teljesítményét.

1997. május 3-án, ezúttal New Yorkban ült le egymással egy hatjátszmás párosmeccsre Kaszparov és a Deep Blue.

A mérkőzés nyereményalapja 1,1 millió dollár volt, amelyből 700 ezer dollár a győztes, 400 ezer pedig a vesztesé lett.

Az első játszmát Kaszparov simán nyerte, ekkor úgy tűnt, az ember és az emberi intelligencia megint simán győzedelmeskedik a gép felett. Ám a Deep Blue előbb azonnal egyenlített, majd a három döntetlent követően jöhetett a mindent eldöntő hatodik játszma 1997. május 11-én. Kaszparov egy tőle szokatlan taktikát, a Caro-Kann védelmet választotta, a gép pedig egy futóáldozattal áttörte a világbajnok védelmét, és mindössze 17 lépésben feladásra kényszerítette.

Ez volt az akkor már 12 éve világbajnok Kaszparov pályafutásának legrövidebb veresége. Az orosz világbajnok nem akart hinni a szemének, amikor kénytelen volt feladni a meccset, a történelmi párharcot, majd igencsak feldúltan kiviharzott a teremből.

Innentől kezdve nem volt megállás, jöttek az újabb és újabb, tökéletesebbnél tökéletesebb programok, melyek sorban csaptak össze az emberekkel, a kor legjobbjaival. 2003-ban megint Kaszparov volt az áldozat, ezúttal FritzX3D-tól kapott ki. Aztán jött például az Egyesült Arab Emírségek-beli fejlesztés, a Hydra, amely 18 lépést, azaz 9 lépéspárt képes előre számolni, 2005-ben 5,5-0,5-re verte Michael Adams angol nemzetközi nagymestert. Majd egy évvel később az akkori világbajnokot, Vlagyimir Kramnyikot 4-2-re verte a Deep Fritz nevű sakkprogram. Ráadásul Kramnyik azt az előnyt is megkapta, hogy a játszmák első szakaszában figyelemmel követhette a gép számítási folyamatait.

A márciusi feladványok megfejtései

Az első feladvány: 1.a4+ Kxa4 2.Hc3+ Kb4 3.Ha6+ Vxa6 4.Hd5+ Ka4 5.Hc3+ örökös sakk.

A második feladvány: 1.f7 Bf4 2.d7 Fh4 3.Hf6! Bxf6 4.d8=V Bxf7+ 5.Kxa6 Fxd8 patt.

A harmadik feladvány: 1.Bd8 Kxf7 2.Bd7+ Kg8 3.Bd8+ Kg7 4.Bd7+ Kh8 5.Bd8+ Vg8 6.Kh6! Vxd8 patt.

A negyedik feladvány: 1.Bxg4 fxg4 2.Bf8+ Ka7 3.Vc5+ Vxc5 4.Ba8+ Kb6 5.Ba6+ bxa6 patt.

* * * * *

A Sakk-sarok pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacus@mategye.t-online.hu) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

F I Z I K A R O V A T

rovatvezető: Szatmáry Zsolt

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

861. (*mérési/kifejtős feladat*) Találj ki mérési módszert, majd mérd meg, hogy egy táblatörlő szivacs térfogatának hány százaléka levegő! Ugyanezzel a módszerrel mérd meg, hogy a szárazhomok térfogatának hány százaléka levegő, azaz mennyire porózus! Végezz legalább 4 mérést a homokkal!

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Ebben a hónapban is sok nagyszerű megoldás érkezett. Ezúttal Patócs Péter 8. osztályos tanuló (Kempelen Farkas Gimnázium, Budapest) által beküldöttek alapján készült megoldást közlünk.

1. mérés: Szivacsban lévő levegő arányának meghatározása. A szivacsban lévő levegő mennyiségét úgy mértem meg, hogy először lemértem a szivacs éleinek hosszát, majd kiszámoltam a térfogatát. Ezután egy üvegbe töltöttem 500 cm^3 vizet, az üvegbe beleraktam a szivacsot, majd kivettem. Ezután megnéztem, hogy mennyivel lett kevesebb víz az üvegben: ennyi levegő volt a szivacsban, hiszen a víz kiszorította a szivacsból a levegőt. Eredményeim: $V_{\text{szivacs}} + V_{\text{levegő}} = 12{,}5 \cdot 6{,}5 \cdot 3 = 243{,}75\ \text{cm}^3$, $V_{\text{levegő}} = \Delta V = 500 - 300 = 200\ \text{cm}^3$. Ezek alapján: $\dfrac{V_{\text{levegő}}}{V_{\text{levegő}} + V_{\text{szivacs}}} = \dfrac{200}{243{,}75} \approx 0{,}82$. Tehát a szivacs térfogatának 82%-a levegő.

2. mérés: A szárazhomokban lévő levegő arányának meghatározása. A homokban lévő levegő mennyiségét úgy mértem meg, hogy egy üvegbe töltöttem 200 ml vizet, amelybe beleöntöttem egy kis pohárnyi, 146 ml szárazhomokot. Ezután megnéztem, hogy mennyivel lett nagyobb az üvegben lévő víz-homok keverék térfogata. A térfogat növekedése és az eredeti térfogatának a különbsége lett a homokban lévő levegő térfogata. Négyszer végeztem el a mérést, eredményeimet táblázatban foglaltam össze.

	Víz (ml)	Homok levegővel (ml)	Együttes térfogat (ml)	Térfogat növekedése (ml)	Homokban lévő levegő (ml)	Szárazhomok térfogatának ekkora része levegő
1.	200	146	267	67	79	54,1%
2.	200	146	271	71	75	51,4%
3.	200	146	280	80	66	45,2%
4.	200	146	274	74	72	49,3%
átlag	**200**	**146**	**273**	**73**	**73**	**50%**

Tehát az általam használt szárazhomok porózussága 50%. Mérési hibát a térfogat értékek, főleg az együttes térfogat leolvasása okozhattak.

867. (7.) Artúrék légpárnás asztalon kísérleteznek. Egyik kísérletben a 200 g, illetve 500 g tömegű korongokat egymás felé lökték 5 m/s, illetve 1 m/s sebességgel. Ütközésük után a korongok szétpattannak, ellenkező irányba mozognak. Mekkora lett a nehezebb korong sebessége, ha a könnyebb korong sebessége 3 m/s lett? A másik kísérletben ugyanilyen módon indítják a korongokat, de most apró mágnest szereltek rájuk, így a korongok az ütközés után összetapadtak. Most mekkora lett a sebességük? Melyik kísérletben „veszett el" több mozgási energia?

Szatmáry Zsolt

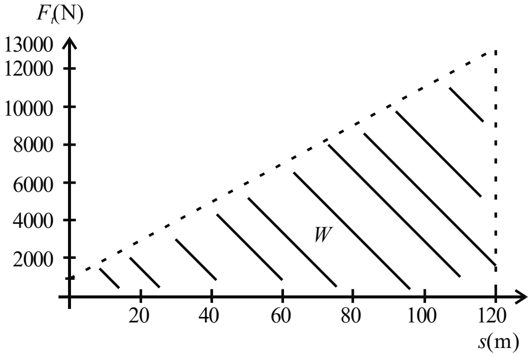
Megoldás: Mindkét esetben alkalmazzuk a lendületmegmaradás törvényét! Az első esetben, mivel szétpattantak a korongok, így az ütközés után mindkét korongnak különböző lett a sebessége, jelöljük ezeket u_1-gyel, illetve u_2-vel. $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$. Válasszuk a pozitív irányt a kisebb korong kezdeti sebességének irányába. Így tehát az adatok: $v_1 = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_2 = -1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $u_1 = -3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $m_1 = 0{,}2$ kg; $m_2 = 0{,}5$ kg. Behelyettesítve: $0{,}2 \cdot 5 + 0{,}5 \cdot (-1) = 0{,}2 \cdot (-3) + 0{,}5 \cdot u_2$. Ebből $u_2 = 2{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, ahol a pozitív előjel azt mutatja, hogy a nagyobb korong a választott pozitív irányba halad tovább.

A mozgási energia megváltozása: $\left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} \mathrm{m}_2 u_2^2\right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \mathrm{m}_2 v_2^2\right) =$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot (-3)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}2^2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (-1)^2\right) = -0{,}64$ J. Láthatjuk, hogy nem volt tökéletesen rugalmas az ütközés. A második esetben az ütközés után együtt ment a két korong tovább, tehát tökéletesen rugalmatlan volt az ütközés. Jelöljük a közös sebességet v_k-val! A lendületmegmaradás törvénye most: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_k$. Azaz $0{,}2 \cdot 5 + 0{,}5 \cdot (-1) = (0{,}2 + 0{,}5) \cdot v_k$. Ebből $v_k = 0{,}714\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. A pozitív előjel azt jelenti, hogy a választott pozitív irányba, azaz a kisebb tömegű test sebességével megegyező irányba mennek tovább. A mozgási energia megváltozása: $\frac{1}{2} \cdot (0{,}2 + 0{,}5) \cdot 0{,}714^2 — \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (-1)^2\right) =$ $= -2{,}57$ J. Tehát a tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén „veszett el" több mozgási energia.

868. (*7., 8.*) Hókotróval takarítják le az utat. A hókotró előtt egyre nagyobb mennyiségű hó gyűlik össze, ezért egyre nagyobb vízszintes irányú erővel kell tolnia a havat. A hókotrást 120 méteres szakaszonként végzi, és ekkor a felgyűlt havat kifordítja az út szélére, és így újra üres lesz a kotrófelület. Az egyenletes mozgáshoz szükséges tolóerő kezdetben 1000 N-os, és méterenként 100 N-nal növekszik, ahogy gyűlik fel a hó. Mekkora munkát végzett a hókotró egy 1200 méteres utcán végighaladva, ha végig állandó 1,5 m/s sebességgel haladt? Mekkora volt a hókotró átlagteljesítménye?

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Először számoljuk ki, hogy mekkora lesz a szükséges tolóerő a 120 méteres szakasz végén: $1000+120\cdot 100=$ $=13\,000$ N! Ez alapján készítsük el a tolóerő-út grafikont! A grafikon alatti terület fogja megadni a munka számértékét. $W=$ $=\dfrac{1000+13\,000}{2}\cdot 120=840\,000$ J.



Tehát egy 120 méteres szakaszon végzett munka tízszerese lesz az összes végzett munka, azaz 8,4 MJ. Ez független a hókotró sebességétől. A teljesítmény viszont nem, hiszen $P_{\text{átl}}=\dfrac{W}{t}=\dfrac{840\,000}{80}=10\,500$ W, hiszen a hókotró 80 s alatt tesz meg 120 métert.

869. (*8.*) Simon kapott az Egyesült Államokban élő nagybátyjától egy 40 dolláros vízforralót, melynek dobozán olvashatók a mellékelt adatok. Sajnos a rokonok nem néztek utána, és nem tudták, hogy a két ország elektromos rendszere különböző. Simon jól tud angolul, és nagyon szeret elektromos dolgokkal kísérletezni, így megpróbálja Magyarországon használni. Ezért egy transzformátort készít. A műhelyé-

Specifications

Auto-off	Yes
Color	Gray
Cord Storage	Yes
Dimensions	9.5"H × 8.5"W
Filter	Yes
Number of Cups	7 Cups
Volts	120V
Warranty	2 Year Limited
Water-level Indicator	Yes
Wattage	1500W

ben talál egy 2760 menetes tekercset. Mekkora legyen a másik tekercs menetszáma? Mekkora lesz a két körben az áramerősség használatkor, ha a transzformátora lényegében veszteségmentesnek tekinthető?

Szatmáry Zsolt

Megoldás: A transzformátor primer feszültsége lesz a magyarországi 230 V, a szekunder feszültség – értelemszerűen, a táblázatból kiolvasva –120 V. Ehhez a letranszformáláshoz kell megválasztani a két tekercs menetszámát. Mint tudjuk, a transzformátor feszültségei és menetszámai között fennáll, hogy $\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$. Ennek megfelelően két választása van Simonnak. Az első eset, hogy a 2760-as menetszámú tekercset választja primer tekercsnek. Ekkor a $\frac{230}{120}=\frac{2760}{N_2}$ egyenlet alapján 1440 adódik a szekunder tekercs menetszámára. A második esetben a 2760-ast választja szekunder tekercsnek. Így a $\frac{230}{120}=\frac{N_1}{2760}$ egyenletből 5290 adódik a primer tekercs menetszámára. Használatkor, az adatokból kiszámolható, hogy $I_2=\frac{P_2}{U_2}=\frac{1500}{120}=12{,}5$ A erősségű áram folyik a szekunder körben, azaz a vízforralón. Mivel a transzformátor veszteségmentesnek tekinthető, ezért a $P_1 \approx P_2$. Így $I_1=\frac{P_1}{U_1}=\frac{1500}{230}=6{,}52$ A.

Ennyit vesz tehát fel az elektromos hálózatból. Látszik, ha a feszültséget letranszformáljuk, az áramerősség feltranszformálódik azonos arányban.

870. (*8.*) Léna 5 dioptriás nagyítóján keresztül nézve a számológépét, attól 10 cm-re tartva a nagyítót, kétszeres nagyítású képét látja. Milyen képet lát? Milyen messze kellene tennie a nagyítót a géptől, hogy egy másik, szintén kétszeres nagyítású kép jöjjön létre? Milyen kép lenne ez? Mekkora lenne ekkor a képtávolság?

Szatmáry Zsolt

Megoldás: A gyűjtőlencse a fókusztávolságán, $f=\frac{1}{D}=0{,}2\text{ m}=20$ cm-en belülre helyezett tárgyról nagyított, egyenesállású, látszólagos (virtuális) képet láthatunk, fényképezhetünk. Fontos tudni, hogy ez a képernyőn, papírlapon nem felfogható, csak egy másik optikai eszközzel (emberi szem, fényképezőgép optikája) leképezve látható. A másik esetben valódi, ernyőn felfogható, fordított állású kép jönne létre, ahol a nagyítás kétszeres, így $k=2t$. A leképezési törvényt alkalmazva felírható: $\frac{1}{20}=\frac{1}{2t}+\frac{1}{t}$. Ezt megoldva kapjuk, hogy $t=30$ cm. Tehát 30 cm-re kellene tennie a géptől a nagyítót. A képtávolság 60 cm lenne.

* * * * *

A Fizika pontverseny pontszámaival kapcsolatos reklamációk e-mailben (abacus@mategye.t-online.hu) történő beérkezésének határideje: 2024. május 25. 16 óra

* * * * *

A pontverseny eredményét a *www.mategye.hu* honlapon tesszük közzé 2024. május 31-én. A díjazásban részesülők oklevelét, díját a megrendelők címére postázzuk.

* * * * *

„Egypercesek" megoldás

2. A törtkifejezésben 10 különböző betű van, tehát mind a 10 számjegyet használnunk kell, így a 0-t is. A 0 nem kerülhet a nevezőbe, csak a számlálóban állhat. Ezért a számlálóban levő szorzat értéke 0, emiatt a tört értéke is 0 lesz.

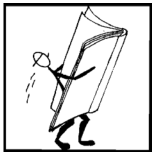
3. Tegyük fel, hogy a kereskedőnek kezdetben 1000 tallérja volt. Az első vásárlás után lett 1 lova és maradt 400 tallérja. Miután eladta a lovat, ezután 1100 tallér volt a zsebében. Majd újra megvette a lovat, ekkor 300 tallér maradt nála. A ló 900 talléros eladása után 1200 tallérja lett, tehát az adás-vételeken 200 tallért keresett a kereskedő.

4. A lányok hattized része legalább két feladatot oldott meg hibátlanul – emiatt a lányok száma csak 5 lehet, hiszen ezen kívül a többi szám (1-től 9-ig) hattizede nem egész szám. A döntőn 4 fiú és 5 lány vett részt.

5. Édesapám és közöttem 23 év a korkülönbség. Ha az édesapám kétszer annyi idős, mint én, akkor annyi évvel idősebb, mint amennyi éves én vagyok. Mivel 23 évvel idősebb tőlem, így én most 23 éves vagyok.

A feladatok szövegei a 33. oldalon olvashatók.

Róka Sándor: Egypercesek



K Ö N Y V A J Á N L Ó

Róka Sándor: *Zénón figyelmeztetése*
Feladatok a matematika történetéből

A Föld nagysága, a nagy Fermat-sejtés, a gráfelmélet születése, az éles eszű Dido és a kör négyszögesítése – jobbnál jobb témák a könyvből, amelyből világosan kiderül, hogy a matematika nem szabálygyűjtemény, hanem a gondolkodás iskolája. A szerző hosszú időn keresztül tartott matematikatörténeti előadásokat, amelyeken a kétezer éven át megoldatlan talányoktól kezdve az Erdős Pál-féle Happy End-problémáig számtalan örökzöld kérdésről szó esett.

A kötet 10–18 évesek (és tanáraik) számára készített összeállítás, amely nemcsak a feladatokat és megoldásaikat tartalmazza, de a legendás problémák történeti hátterével is megismerteti az olvasót.

A könyvesboltokban 2700 Ft-ért kapható, webshopunkban (www.typotex.hu) és az alábbi boltjainkban pedig 25% kedvezménnyel vásárolható meg a többi kiadványunkkal együtt.

Olvasók boltja
1136 Budapest, Pannónia u. 35-37.
www.olvasokboltja.hu

Typotex Kiadó
1024 Bp., Fillér utca 9-11.
www.typotex.hu

ELTE TTK-n lévő pultunk
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a

TYPOTEX

K Ö N Y V A J Á N L Ó

Kedves Olvasó! A MATEGYE Alapítvány az alábbi kiadványokat szeretné a figyelmébe ajánlani.

Zrínyi 2019	1900 Ft
Zrínyi 2020	2500 Ft
Zrínyi 2021	2500 Ft
Zrínyi 2022	3000 Ft
Zrínyi 2023	3000 Ft
Tanárverseny 2004-2013	1600 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 3. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 4. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 5. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 6. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 7. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 8. osztály	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2007-2008.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2009-2010.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2011	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2012	1700 Ft
Zrínyi 2013 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2014 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2016 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2017 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2018 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2019 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2020 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2021 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2022 (9-12. osztály)	2500 Ft
Zrínyi 2023 (9-12. osztály)	2500 Ft
Fizika az Abacusban	2500 Ft
Bátaszéki Matematikaverseny 2008-2016	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2000-2004	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2005-2009	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2010-2014	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2015-2019	3000 Ft
Hibás feladatmegoldások az ált. isk.-ban – Orosz Gyula	1900 Ft
Gordiusz csomag (Gordiusz 2009-2010., 2011., 2012. évi könyvek)	4000 Ft
KMF csomag 2001-2010. évi versenyfeladatok (3., 4., 5., 6., 7., 8. osztály)	7000 Ft

A kiadványok az alábbi elérhetőségeken rendelhetők meg:

Tel.: 76/483-047 E-mail: **mategye@mategye.t-online.hu**